第 5 章　數學附錄

一　證明若事件 A 與 B 獨立，則 $\overline{A}$ 與 $\overline{B}$ 獨立。

證明 $P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A\cup B})$

$$=1-\left[P(A)+P(B)-P(A\cap B)\right]$$
$$=1-P(A)-P(B)+P(A\cap B)$$
$$=(1-P(A))(1-P(B))$$
$$=P(\overline{A})P(\overline{B})$$

二　計算樣本點的法則

①乘數定理

設一隨機實驗是包含 k 個實驗 $E_1,E_2,\Lambda\ ,E_k$，若每一實驗 E_i 有 n_i 種結果，$i=1,2,\Lambda\ k$，該隨機實驗有 $n_1\times n_2\times\Lambda\ n_k$ 種可能結果。

樣本點

隨機抽取 10 個人，觀察其生日，則該隨機實驗的樣本空間的樣本點為何？又 10 個人生日均不同的機率為何？

解 一個人的生日可能是 365

天中的任何一天，因此依乘數定理為 365^{10} 個樣本點。根據古典機率每個樣本點出現的機率均為 $1/365^{10}$ 。令 A 為 10 個人生日均不相同的事件，則 A 事件共有 $365\times364\times363\times\Lambda\ \times356$ 個不同樣本點，因此 10 個生日均不同的機率為：

$$P(A)=\frac{365\times364\times\Lambda\ \times356}{365^{10}}$$

②排列(permutation)

自一含有 n 個元素的集合中，一次抽取 r 個元素(或每抽取一個，抽出不放回，連續抽取 r 個)，則共有 P_r^n 個不同排列的樣本點，公式為：

$$P_r^n=\frac{n!}{(n-r)!}$$

密碼

王先生的銀行存款欲設定四個不相同的數字的密碼，問共有幾種方式可設定？自 10 個數字選取 4 個不同數字，並考慮其順序之不同，共有

$$P_4^{10}=\frac{10!}{6!}=10\cdot9\cdot8\cdot7=5040$$

③組合

自一含有 n 個元素的集合中，一次抽取 r 個元素，不考慮 r 個被抽中元素的順序，共有 C_r^n 個組合，其公式為：

$$C_r^n=\frac{n!}{r!(n-r)!}$$

當選副理的機率

自 5 位科長中，隨機抽取 2 位，則共有多少樣本點？又若 5 位科長中有 3 位男性，2 位女性，則一位男科長，一位女科長被選為副理的機率為多少？

解 樣本空間共有樣本點為：

$$C_2^5 = \frac{5!}{2!3!} = 10$$

一位男科長與一位女科長被選為副理的樣本點為：

$$C_1^3 C_1^2 = \frac{2!}{1!1!} \times \frac{3!}{1!2!} = 6$$

因此機率為：

$$\frac{6}{10} = 0.6$$