

1.(4) 求 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2+8}-3}{x+1}$ 。

(sol.) 原式 $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{-3} \sqrt{x+3}}{x+1} \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x+3}} (+1)$
 $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-1}{(x+1)(\sqrt{x^2+8}+3)} (+1)$
 $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-1}{\sqrt{x^2+8}+3} (+1) = \frac{-1}{3} (+1)$

2.(4) 求 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2-x})$ 。

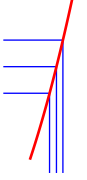
(sol.) 原式 $= \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x} - \sqrt{-x}) \frac{\sqrt{x} + \sqrt{-x}}{\sqrt{x} + \sqrt{-x}} (+1)$
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2+x} + \sqrt{x^2-x}} (+1)$
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{\sqrt{1+\frac{1}{x}} + \sqrt{1-\frac{1}{x}}} (+1) = 1 (+1)$

3.(5) 求 $\lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin 3y \cot 5y}{y}$ 。

(sol.) 原式 $= \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin 3y}{y} \frac{\sin 4y}{\cos 4y} \frac{\cos 5y}{\sin 5y} \frac{3 \cdot 4y \cdot 5y}{3 \cdot 4y \cdot 5y}$
 $= \lim_{y \rightarrow 0} \underbrace{\frac{\sin 3y}{3y}}_{(+1)} \underbrace{\frac{\sin 4y}{4y}}_{(+1)} \frac{5y}{\sin 5y} \underbrace{\frac{\cos 5y}{\cos 4y}}_{(+1)} \frac{12}{5} = \frac{12}{5} (+1)$

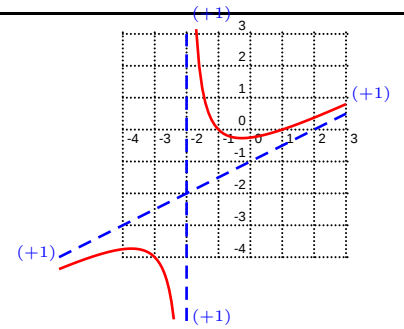
4.(5) $f(x) = x^2$ 。若在 $x = 2$ 處函數值的誤差指定為 ε ($\varepsilon < 4$)，求：在 $x = 2$ 處最大的輸入值誤差 δ 。

(sol.) $\because$ 在 $x = 2$ 處開口向上且遞增 (+2)，
 必定 $2 - \sqrt{4 - \varepsilon} > \sqrt{4 + \varepsilon} - 2$ (+2)，
 $\therefore$ 最大的 δ 就是 $\sqrt{4 + \varepsilon} - 2$ (+1)。



5.(8) 求 $f(x) = \frac{x^2-1}{2x+4}$ 所有漸近線並畫圖。

(sol.) 原式 $= \underbrace{\frac{1}{2}x - 1}_{(+1)} + \underbrace{\frac{3 \text{ 餘數 } (+1)}{2x+4}}_{\xrightarrow{x \rightarrow \pm \infty} 0}$ ，漸近線 $y = \frac{1}{2}x - 1$ (+1)
 $x = -2$ (+1)。



以下為草稿區，答案寫於此處不記分