

淡江大學土木工程學系博士班口試

版式軌道力學分析與應用

論文口試簡報

論文指導委員會：李英豪 張德文 林堉溢 博士

研究生：顏少棠

中華民國九十三年一月六日



簡報主要內容

- 緒論與文獻回顧
- 控制參數之辨識與驗證
- 三維有限元素最佳化分析模型
- 軌道應力與撓度分析
- 軌道挫屈特性分析
- 結論與建議



PART I

緒論與文獻回顧



研究背景

- 分析設計時捨棄理論解
- 相關研究
 - 屬於單一或侷限範圍的個案分析
 - 無法觀察軌道整體反應特性
- 有限元素法分析
 - 目前之趨勢
 - 使用上應有何限制
 - 適用性與可靠性
 - 參數之敏感度分析影響範圍



研究目的

- 發現理論解與有限元素解的重要環節
- 主要控制參數分析與驗證
- 整合剛性鋪面的研究成果，應用在軌道的力學反應上
- 討論軌道挫屈變形的模式
- 整合研究成果，以作為未來軌道設計、施工與維修等作業的依據。



5

研究內容與範圍

- 軌道力學理論解為基礎
- 單一版，線性材料，靜力行為
- 應用程式
 - 有限元素程式ABAQUS， ILLI-SLAB
 - 數學推導程式Mathematica
 - 統計程式S-PLUS
 - 程式語言Visual Basic， FORTRAN
- 可應用之結構
 - 傳統軌道，版式軌道，捷運，平交道
 - 輕軌捷運，地面電車



6

研究方法與流程

- 文獻蒐集與整理
- 理論解主要控制參數驗證
- ABAQUS有限元素分析程式
- 建立自動化分析程序
- 收斂性分析
- 構建最佳化三維有限元素分析模型
- 剛性鋪面研究成果建立軌道力學預估公式
- 探討軌道挫屈的臨界狀況



7

文獻回顧

- 軌道發展演進
- 軌道結構介紹
- 分析與設計
- 現有研究介紹
- 目前發展所遇之問題
- 可改進之方向



8

PART II

控制參數之辨識與驗證

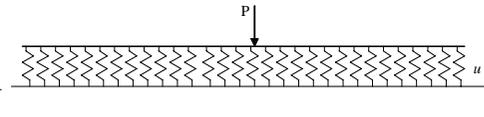


縱枕理論

$$p = ky$$

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = -p$$

$$M = -E_s I_s \frac{d^2 y}{dx^2}$$



P為作用在鋼軌的載重
 M為鋼軌上的彎矩、y為鋼軌的撓度
 E_s為鋼軌彈性模數[FL-2]、I_s為鋼軌慣性矩
 u為鋼軌彈性支承係數[FL-2]
 F為力的單位、L為長度的單位



縱枕理論公式

$$y(x) = \frac{P}{8EI\lambda^3} \phi_1(\lambda x)$$

$$\theta(x) = -\frac{P}{4EI\lambda^2} \phi_2(\lambda x)$$

$$M(x) = \frac{P}{4\lambda} \phi_3(\lambda x)$$

$$Q(x) = -\frac{P}{2} \phi_4(\lambda x)$$

齊姆曼函數

$$\phi_1(\beta x) = e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x)$$

$$\phi_2(\beta x) = e^{-\beta x} \sin \beta x$$

$$\phi_3(\beta x) = e^{-\beta x} (\cos \beta x - \sin \beta x)$$

$$\phi_4(\beta x) = e^{-\beta x} \cos \beta x$$

■ 阻尼參數 (Damping Factor)

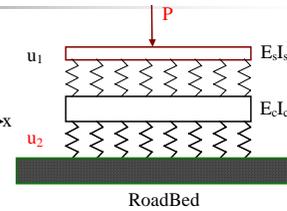
$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{u}{4E_s I_s}}$$



雙重彈性樑分析理論

$$E_s I_s \frac{d^4 y_1}{dx^4} + p_1 = 0$$

$$E_c I_c \frac{d^4 y_2}{dx^4} + p_2 = p_1$$



- E_sI_s 為上層樑的材料性質
- E_cI_c 為下層樑的材料性質
- u₁與u₂分別代表上下樑的支承彈簧的反力模數
- 三個轉換參數為 l=u₁/(E_sI_s)、m=u₁/(E_cI_c)、n=u₂/(E_cI_c)



無接縫無軌道接頭-理論解通式

$$y_1 = \left[\frac{\varepsilon}{\kappa^3} \varphi_1(\kappa x) - \frac{1}{\omega^3} \varphi_1(\omega x) \right] \cdot \rho^*$$

$$y_2 = \eta \left[\frac{1}{\kappa^3} \varphi_1(\kappa x) - \frac{1}{\omega^3} \varphi_1(\omega x) \right] \cdot \rho^*$$

$$\theta_1 = 2 \cdot \left[-\frac{\varepsilon}{\kappa^2} \varphi_2(\kappa x) + \frac{1}{\omega^2} \varphi_2(\omega x) \right] \cdot \rho^*$$

$$\theta_2 = 2\eta \cdot \left[-\frac{1}{\kappa^2} \varphi_2(\kappa x) + \frac{1}{\omega^2} \varphi_2(\omega x) \right] \cdot \rho^*$$

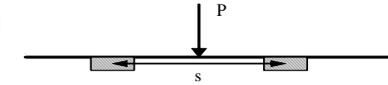
$$M_1 = -2E_1 I_1 \cdot \left[-\frac{\varepsilon}{\kappa} \varphi_3(\kappa x) + \frac{1}{\omega} \varphi_3(\omega x) \right] \cdot \rho^*$$

$$M_2 = -2E_2 I_2 \eta \cdot \left[-\frac{1}{\kappa} \varphi_3(\kappa x) + \frac{1}{\omega} \varphi_3(\omega x) \right] \cdot \rho^*$$

$$\rho^* = \frac{1}{4(\varepsilon - 1)} \cdot \frac{P}{2E_1 I_1 s}$$

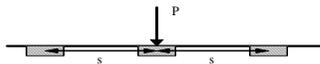
橫枕公式 - 鋼軌彎矩(偶數軌枕)

- 應用 Mathematica



枕數	軌枕上之最大鋼軌撓度 δ	最大鋼軌彎矩 M
4	$\frac{(4B + 23D) W}{16B + 40D} D$	$\frac{(8B + 7D)}{16B + 40D} sW$
6	$\frac{(4B^2 + 141BD + 91D^2) W}{8(3B^2 + 44BD + 19D^2) D}$	$\frac{(9B^2 + 45BD + 13D^2)}{4(3B^2 + 44BD + 19D^2)} sW$
8	$\frac{(4B^3 + 474B^2D + 1295BD^2 + 341D^3) W}{8(4B^3 + 194B^2D + 330BD^2 + 71D^3) D}$	$\frac{(32B^3 + 524B^2D + 568BD^2 + 97D^3)}{8(4B^3 + 194B^2D + 330BD^2 + 71D^3)} sW$

橫枕公式 - 軌枕作用力(奇數軌枕)



枕數	軌枕上之最大鋼軌撓度 δ	最大軌枕作用力 F
3	$\frac{(B + 2D) W}{3B + 2D} D$	$\frac{(B + 2D) W}{3B + 2D}$
5	$\frac{(B^2 + 18BD + 7D^2) W}{5B^2 + 34BD + 2D^2} D$	$\frac{(B^2 + 18BD + 7D^2) W}{5B^2 + 34BD + 2D^2}$
7	$\frac{(B^3 + 72B^2D + 131BD^2 + 26D^3) W}{7B^3 + 196B^2D + 193BD^2 + 26D^3} D$	$\frac{(B^3 + 72B^2D + 131BD^2 + 26D^3) W}{7B^3 + 196B^2D + 193BD^2 + 26D^3}$

縱枕控制參數之辨識

- 進行相關公式推導
- 移項為無因次型態
- 主要控制之無因次參數 λx

$$\frac{y E_s I_s \lambda^3}{P}, \frac{M \lambda}{P}, \frac{F}{P} = f(\lambda x)$$

軌道相對勁度半徑

- 阻尼參數
- 軌道相對勁度半徑
 - 與剛性鋪面之相對勁度半徑意義相同[L]
 - 鋼軌之剛性係數EI[FL²]
 - 鋼軌彈性支承係數u[FL⁻²]

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{u}{4E_s I_s}}$$

$$l_r = \sqrt[4]{\frac{E_s I_s}{u}}$$



橫枕理論控制參數之探討

- 軌道相對勁度半徑

$$l_r = \sqrt[4]{\frac{E_s I_s}{u}}$$

$$\frac{B}{D} = \frac{6E_s I_s}{s^3(u \times s)} = \left(\frac{l_r}{s}\right)^4$$

- 無因次參數S/l_r

$$\frac{\delta \times u \times s}{P}, \frac{M}{P \times s}, \frac{F}{P} = f\left(\frac{s}{l_r}\right)$$

$$\delta = \frac{P}{u \times s} \times f\left(\frac{s}{l_r}\right)$$

$$M = P \times s \times f\left(\frac{s}{l_r}\right)$$

$$F = P \times f\left(\frac{s}{l_r}\right)$$



雙重彈性理論控制參數之探討

- 軌道相對勁度半徑

$$l_r = \sqrt[4]{\frac{E_s I_s}{u_1}} \quad l_{rk} = \sqrt[4]{\frac{E_c I_c}{u_1}} \quad l_k = \sqrt[4]{\frac{E_c I_c}{u_2}}$$

- 正規化反應之相關控制參數

$$\frac{\delta E_s I_s}{P l_r^3}, \frac{M}{P l_r} = f\left(\frac{l_r}{l_{rk}}, \frac{l_r}{l_k}\right)$$



PART III

三維有限元素最佳化分析模式



三維有限元素最佳化分析模式

- ABAQUS程式之元素探討
- 批次化功能之自動化分析程序
- 各種元素之收斂性分析
- 軌道分析模型之收斂性分析
- 最佳化分析模型之構建
 - 元素選擇
 - 水平方向最佳網格切割方法
 - 厚度方向最佳切割層數



有限元素分析之應用

- ABAQUS程式
 - Hibbitt · Karlsson & Sorensen (HKS)
- 構建軌道模型之元素
 - 樑元素(Beam)
 - 三維薄版元素(Shell)
 - 三維固體元素(Solid)
 - 銜接元素
 - Joint
 - Spring
 - 基礎函數(Foundation)



元素特性比較

名稱	ILLI-SLAB	ABAQUS 3-D SHELL ELEMENTS					
	RPB12	S4	S4R	S4R5	S8R	S8R5	S9R5
維度	二維	三維					
節點數	4	4	4	4	8	8	9
自由度	3	6	6	5	6	5	5
降階積分	否	否	是	是	是	是	是
積分點數	4	4	1	1	4	4	4
使用限制	薄版	一般狀況	一般狀況	薄版	厚版	薄版	薄版

名稱	ABAQUS 3-D SOLID ELEMENT					
	C3D8	C3D8R	C3D20	C3D20R	C3D27	C3D27R
節點數	8	8	20	20	27	27
降階積分	否	是	否	是	否	是
積分點數	4	1	27	8	27	14



二維軌道結構模型

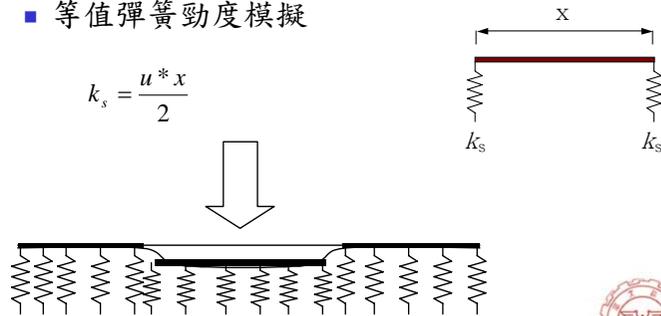
- 道碴式軌道
 - 鋼軌-樑元素
 - 鋼軌支承彈性係數-線性彈簧元素
- 版式軌道
 - 鋼軌-樑元素
 - 扣件-線性彈簧元素
 - 混凝土版-樑元素
 - 路床-線性彈簧元素



鋼軌支承彈性係數之模擬

■ 等值彈簧勁度模擬

$$k_s = \frac{u^* x}{2}$$



三維軌道結構模型

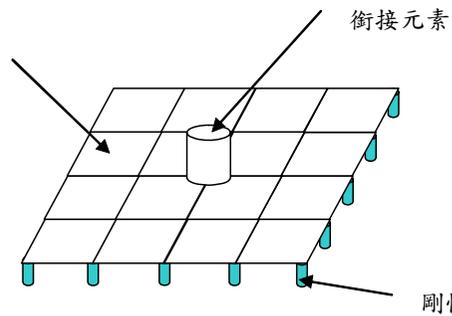
■ 版式軌道

- 鋼軌-樑元素
- 扣件-JOINTC, 版殼元素, R3DB2
- 混凝土版-版殼元素, 固體元素
- 路床-線性彈簧元素, 基礎函數



扣件組的模擬

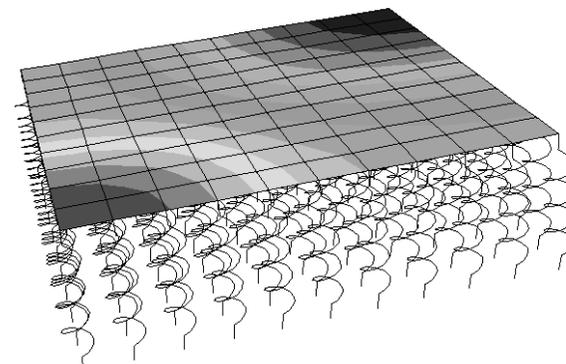
版元素



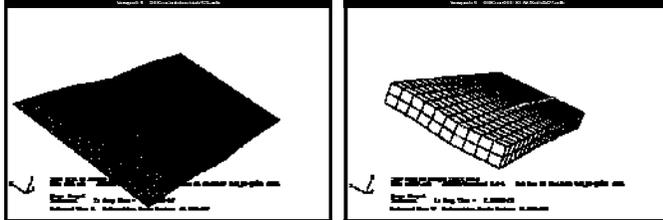
剛性元素



路床的模擬



三維版殼元素與三維固體元素



29

自動化分析程序

- 目的
 - 自動化處理一系列的有限元素分析程序
 - 簡化人工分析作業
 - 節省作業時間, 避免人為錯誤
- 分析流程
 - 確立問題與控制參數
 - 建立有限元素程式分析模式
 - 有限元素程式分析與資料庫匯整



30

建立自動化分析程序之方法

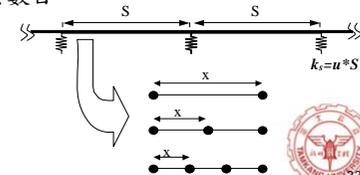
- 前處理作業
 - Visual Basic 程式
 - 建立批次檔
- 批次化作業-進行ABAQUS程式分析
- 後處理作業
 - FORTRAN程式
 - 資料庫匯整



31

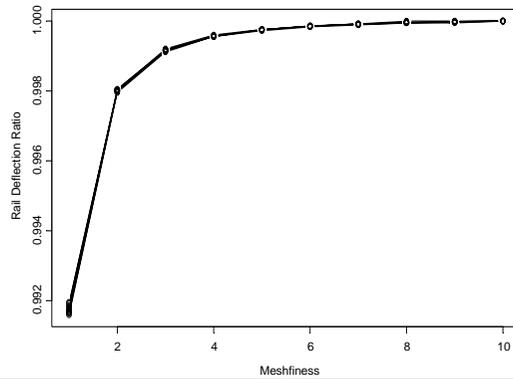
鋼軌結構網格切割收斂性分析

- 彈性支承元素的間距 S
- 彈性扣件勁度 k_s
- 鋼軌彈性支承係數 $u=k_s/S$
- Mesh Fineness
 - 扣件間使用之樑元素數目



32

鋼軌元素配置收斂性分析

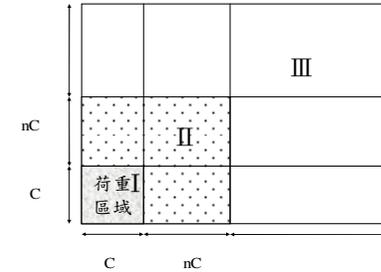


撓度比:
Mesh Fineness=1~10
所求之撓度比上
Mesh Fineness=10
所求之撓度



混凝土版結構網格切割收斂性分析

- I區荷重區域網格切割
- II區相同網格切割密度之長度
- III區之決定網格切割密度
- 網格切割密度
 - C/x
 - C:荷重區域邊長
 - X:元素邊長



網格切割收斂性分析

■ 鋪面參數

$a/\ell=0.1$
 $L/\ell=7$
 $W/\ell=7$
 $h/a=3$

版長 $L=197$ in.
版寬 $W=197$ in.
混凝土彈性模數 $E=1,200,000$ psi
版厚 $h=8.5$ in.
基底層反力模數值 $k=100$ pci
方形載重區域之邊長 $C=5$ in.
胎壓 $p=90$ psi
波生比 $\nu=0.15$
輪載重 $P=2,250$ lbs

- 網格切割：水平向1~10，厚度切割1~4層
密度(I)區=(II)區,(8*C)



撓度收斂性結論(有限解/理論解)

- 剛性鋪面理論解公式
- 切割愈密逐漸撓度收斂
 - 三維固體元素>三維版殼元素>ILLI-SLAB>理論解
- 三維版殼元素
 - S8R、S8R5與S9R5撓度值相近(S9R5=S8R5)
- 三維固體元素
 - 水平向切割為3及厚度切3層
 - C3D20或C3D27元素可以得到很好之收斂值



應力收斂性結論(有限解/理論解)

- 剛性鋪面理論解公式
- 三維版殼元素
 - 8點元素及9點元素由大減小收斂(S8R5=S9R5)
 - 4點元素由小增加而收斂
- 三維版殼元素
 - C3D20及C3D27，切割層數增加應力增加
 - 使用降階積分之元素不佳
- 切割層數應力變化 > 水平網格切割密度



37

綜合討論

- 最佳元素選擇
 - 三維版殼元素S8R5
 - 三維固體元素C3D20
- 最佳切割方式
 - 水平方向切割為3
 - 厚度切割3層
- 避免使用
 - 厚度切割1層
 - 8點三維固體元素



38

軌道結構網格切割收斂性分析

- 理論解為雙重彈性基礎樑公式
- 版尺寸
 - 軌道版長 $L=4.8\text{m}$ 、軌道版寬 $W=3.84\text{m}$ 、版厚 $h=16\text{cm}$
- 版材料係數
 - 混凝土彈性模數 $E_c=1.96 \times 10^4 \text{ MPa}$
- 鋼軌材料係數
 - 鋼軌慣性矩 $=2000 \text{ cm}^4$
 - 鋼軌彈性模數 $E_s=2.35 \times 10^5 \text{ MPa}$
- 扣件
 - 鋼軌支承反力係數 $u_1=105 \text{ MPa}$
 - 扣件尺寸為 $24\text{cm} \times 24\text{cm}$ 、扣件間距 $s=0.6\text{m}$
- 路床
 - 支承反力係數 $u_2=56.8 \text{ MPa}$



39

收斂性分析結論

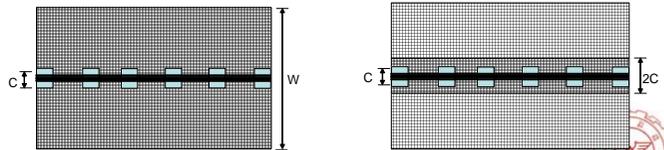
- 鋼軌應力與撓度反應變異性低
- 軌道版分析趨勢與鋪面版相同
- 三維固體元素或三維版殼元素模擬混凝土版的差異可進行調整
- 厚度方向控制切割為三層時即可達到收斂
- 主要切割方法乃控制在水平向的切割方式



40

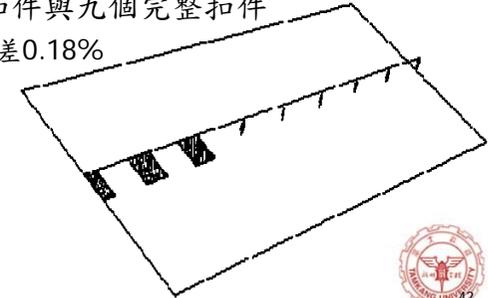
水平向切割區域簡化

- 誤差可控制在0.05%
- 時間減少50%
- 記憶體減少38%



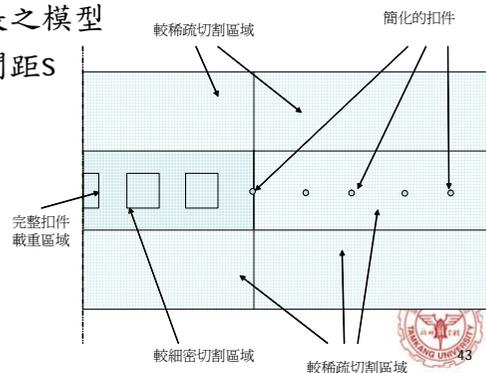
扣件模擬方式簡化

- 荷重區域較遠處使用彈簧元素取代
- 簡化六個扣件與九個完整扣件
 - 最大的誤差0.18%



簡化後的水平切割方式

- 模擬無限長之模型
- 六個扣件間距S

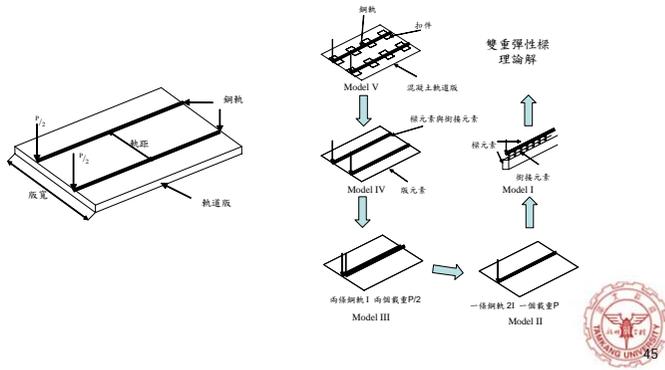


最佳化三維有限元素模型構建

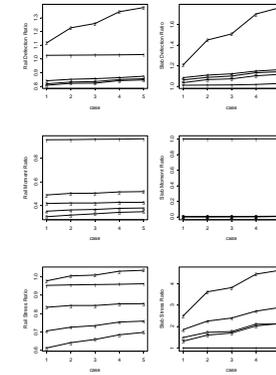
- 水平切割方式(S8R5或C3D20)
 - 載重區域切割密度為3(載重區域長度中以9個元素)
 - X向載重區域4倍長度較密切割
 - Y向載重區域2倍長度較密切割
- 厚度
 - 切割3層
- 鋼軌(B31)
 - 軌枕間距中使用3個標元素
- 扣件(JOINTC、S8R5、R3DB2或SPRING)
 - 3個完整扣件
 - 對稱六個扣件即可達到無限版之模擬



各種分析模式之有限元素模型



各種分析模式之比較



PART IV

軌道應力與撓度分析

軌道應力與撓度分析

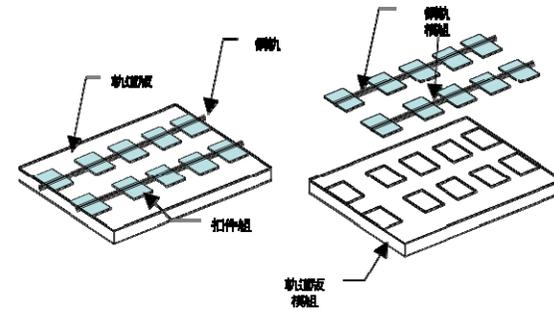
- 軌道模組分解
 - 自由體圖之應用
 - 鋼軌與扣件部份
 - 軌道版與路床部份
 - 因次分析之應用
 - 預估模式建立
- 剛性鋪面分析方法之整合

主要控制參數驗證

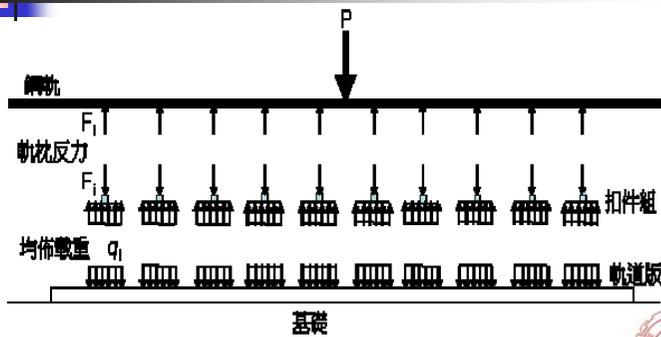
- 彈性基礎樑無因次控制參數
 - λx , x/l_r , L/l_r , a/l_r 與 s/l_r
- 雙重彈性基礎樑無因次控制參數
 - l_{rk}/l_r , L/l_r , l_k/l_r 與 s/l_r



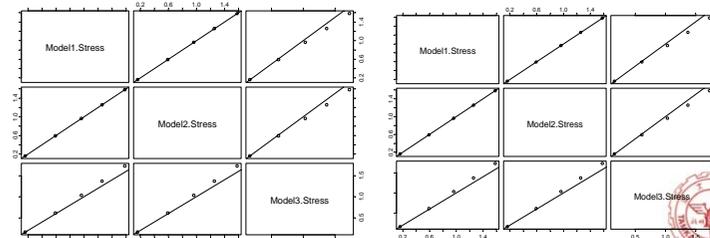
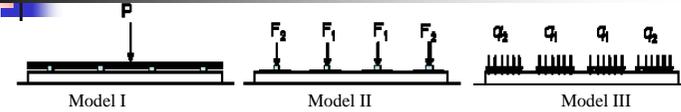
軌道模組分解



軌道模組受力自由體圖

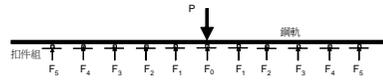


分析模組之驗證



鋼軌扣件反力預估模式

- 扣件有效載重區域
- 扣件間距影響
- 扣件位置的影響

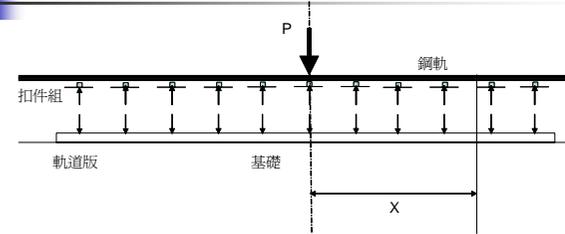


$$F_i = P \times R_{F_0} \times R_{F_i}$$

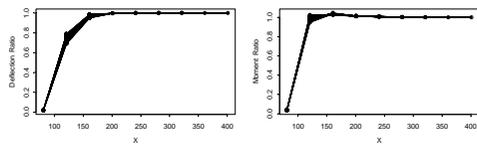
P作用在鋼軌的載重
 F_i 任意位置之扣件反力
 R_{F_0}, R_{F_i} 調整因子



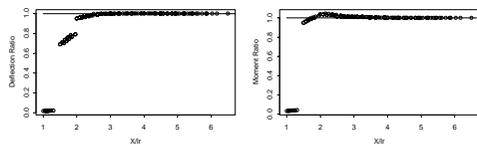
扣件有效載重區域



扣件有效載重區域驗證



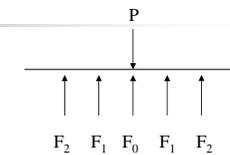
$$x/l_r \geq 3$$



最大扣件反力

- 主要控制參數

$$\frac{F_0}{P} = R_{F_0} \left(\frac{l_{rk}}{l_r}, \frac{l_k}{l_r}, \frac{s}{l_r} \right)$$



- 144組分析資料庫

- $l_{rk}/l_r = 1.45, 1.50, 1.55, 1.60$
- $l_k/l_r = 1.625, 1.750, 1.875, 2.00$
- $s/l_r = 0.52, 0.65, 0.78, 0.91, 1.04, 1.17, 1.30, 1.43, 1.57$



版式軌道最大扣件反力預估模式

$$R_{F_0} = 0.42542 + 0.12975\Phi$$

$$\Phi = -3.50796 + 2.98913(A)$$

$$A = 0.13405 x_1 - 0.03419 x_2 + 0.99038 x_3$$

$$X = [x_1, x_2, x_3] = \left[\frac{l_{rk}}{l_r}, \frac{l_k}{l_r}, \frac{s}{l_r} \right]$$

Statistics :

$$N = 144, R^2 = 0.9982, SEE = 0.0056$$

Limits :

$$1.45 \leq \frac{l_{rk}}{l_r} \leq 1.6, 1.625 \leq \frac{l_k}{l_r} \leq 2.0, 0.52 \leq \frac{s}{l_r} \leq 1.57$$



道碴式軌道最大扣件反力預估模式

$$\frac{F_0}{P} = R_{F_0} \left(\frac{s}{l_r} \right)$$

$$R_{F_0} = 0.0225 + 0.3841 \frac{s}{l_r}$$



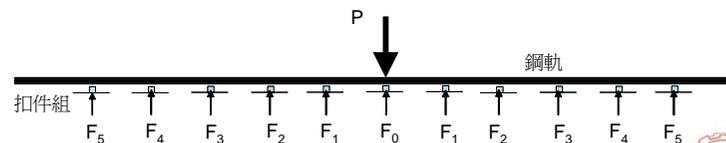
其他扣件位置之反力

- 最大扣件反力 F_0

- 任意扣件反力 F_i

- $R_{F_i} = F_i / F_0$

$$R_{F_i} = \frac{F_i}{F_0} = f\left(\frac{s}{l_r}\right)$$



任意扣件位置之反力預估模式

$$R_{F_i} = \begin{cases} 1.0002 - 0.1780X - 0.4452 X^2 + 0.2457 X^3 \\ -0.0481 X^4 + 0.0033 X^5 \end{cases}$$

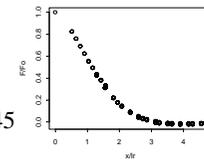
$$X = \frac{x}{l_r}$$

Statistics :

$$N = 844, R^2 = 0.9999, SEE = 0.0045$$

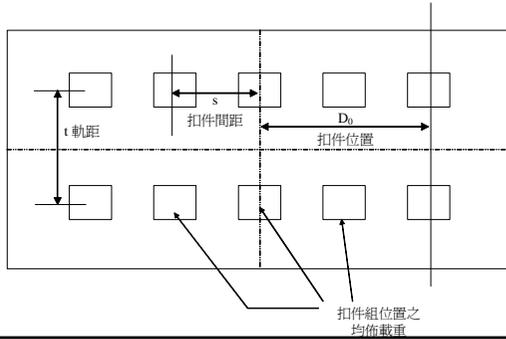
Limits :

$$\frac{x}{l_r} \leq 5.0$$



混凝土版應力分析

- 視為剛性鋪面受到多輪作用的情況



剛性鋪面中央應力公式

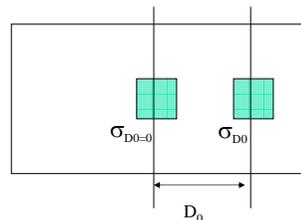
- σ_w : Westergaard 中央情況載重時版底部的最大拉應力
- l : 相對勁度半徑
- P : 載重
- a : 載重區域半徑
- γ : Euler's constant

$$\sigma_w = \frac{3}{2\pi} (1 + \mu) \frac{P}{h^2} \left[\left\{ \ln \frac{2l}{a} \right\} - \gamma + 0.5 + \frac{\pi}{32} \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right]$$



載重位置應力調整因子 R_{D_0}

- $R_{D_0} = \sigma_{D_0} / \sigma_{D_0=0}$ 載重位置偏離的調整因子
- $\sigma_{D_0=0}$ 荷重作用在版中央時版中央位置之應力
- σ_{D_0} 相同荷重作用在離版中央 D_0 位置時版中央位置之應力



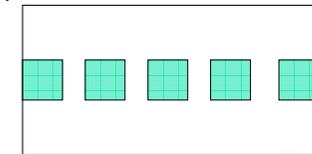
$$R_{F_i} = \frac{\sigma_{D_0}}{\sigma_{D_0=0}} = f\left(\frac{a}{l}, \frac{D_0}{l}\right) \quad 0 \leq R_{D_0} \leq 1$$



載重反應累加

- 計算每個載重 q_i 作用之中央應力 σ_{wi}
- 以 R_{D_0} 折減應力
- 累加所有調整過之應力

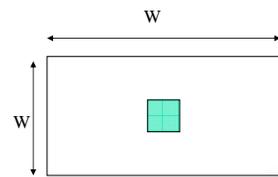
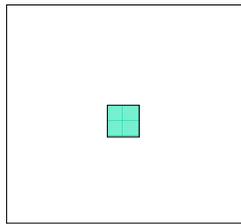
$$\sigma_{sum} = \sum_{i=0}^n \sigma_{wi} \times R_{D_{0i}}$$



有限尺寸應力調整因子 R_{LW}

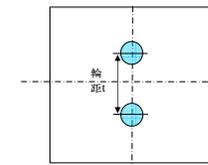
*Lee (1997)

$$R_{LW} = \frac{\sigma_{FEM}}{\sigma_w} = f\left(\frac{a}{l}, \frac{L}{l}, \frac{W}{l}\right)$$

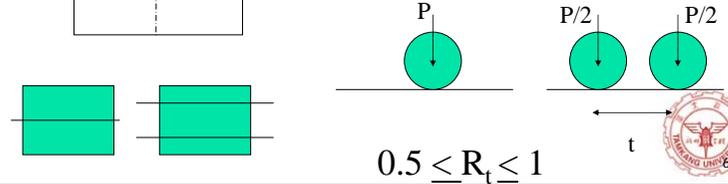


軌距位置應力調整因子 R_t

■ 單軸雙輪載重修正因子 *Lee (1997)



$$R_t = \frac{\sigma_t}{\sigma_{t=0}} = f\left(\frac{a}{l}, \frac{t}{l}\right)$$



$$0.5 \leq R_t \leq 1$$



混凝土版撓度分析

- 與應力分析相同步驟
- 剛性鋪面中央撓度公式

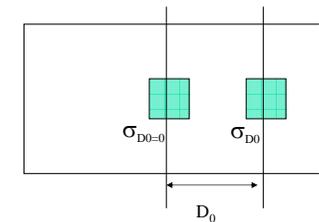
$$\delta_{FEM} = (\delta_w * R_G * R_{LW})$$

$$\delta_w = \frac{P}{8kl} \left[1 + \frac{1}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{a}{2l}\right) - 0.673 \right] \left(\frac{a}{l}\right)^2 \right]$$



載重位置撓度調整因子 R_{D0}

- $R_{D0} = \delta_{D0} / \delta_{D0=0}$ 載重位置偏離的調整因子
- $\delta_{D0=0}$ 荷重作用在版中央時版中央位置之撓度
- δ_{D0} 相同荷重作用在離版中央 D_0 位置時版中央位置之撓度



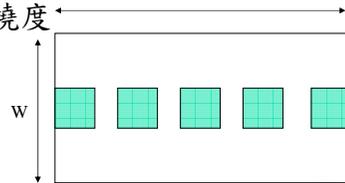
$$R_{D0} = \frac{\delta_{D0}}{\delta_{D0=0}} = f\left(\frac{a}{l}, \frac{D_0}{l}\right) \quad 0 \leq R_{D0} \leq 1$$



載重反應累加

- 計算每個載重作用之中央撓度 δ_{wi}
- 以 R_{D0} 折減應力
- 累加所有調整過之撓度

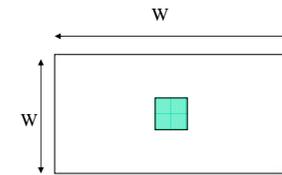
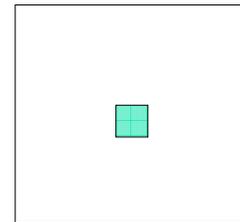
$$\delta_{sum} = \sum_{i=0}^n \delta_{wi} \times R_{D0i}$$



有限尺寸撓度調整因子 R_{LW}

*白建華 (1997)

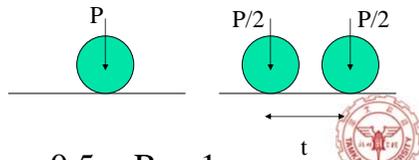
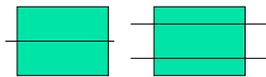
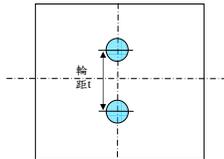
$$R_{LW} = \frac{\delta_{FEM}}{\delta_w} = f\left(\frac{a}{l}, \frac{L}{l}, \frac{W}{l}\right)$$



軌距位置撓度調整因子 R_t

- 單軸雙輪載重修正因子

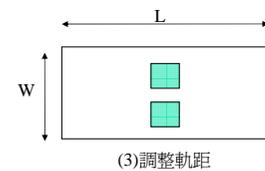
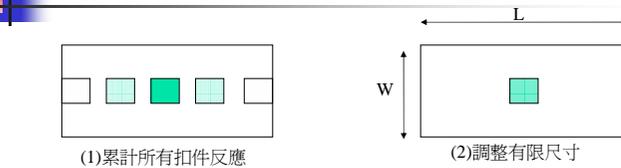
$$R_t = \frac{\delta_t}{\delta_{t=0}} = f\left(\frac{a}{l}, \frac{t}{l}\right)$$



$$0.5 \leq R_t \leq 1$$



完成單軸荷重之結構反應



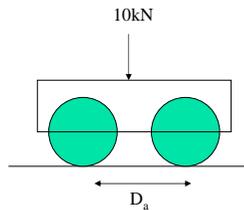
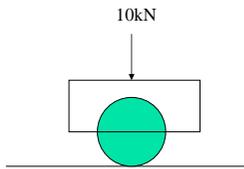
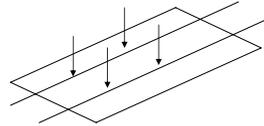
$$F_i = P \times R_{F0} \times R_{Fi}$$

$$\begin{cases} \sigma_{FEM} = (\sum \sigma_{wi} \times R_{D0}) \times R_{LW} \times R_t \\ \delta_{FEM} = (\sum \delta_{wi} \times R_{D0}) \times R_{LW} \times R_t \end{cases}$$



多輪軸作用的影響

$$R_{D_a} = \begin{cases} \sigma_{Multi} / \sigma_{Single} \\ \delta_{Multi} / \delta_{Single} \end{cases}$$



多輪軸作用調整因子 R_{D_a}

- 本研究構建模式中 D_a/l_r 影響最大
- 整合模式與分解模式
- 修正模式至鋼軌部分

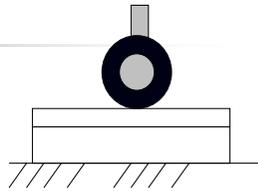
$$R_{D_a} = \begin{cases} \sigma_{Multi} / \sigma_{Single} \\ \delta_{Multi} / \delta_{Single} \end{cases} = f\left(\frac{l_{rk}}{l_r}, \frac{l_k}{l_r}, \frac{D_a}{l_r}\right)$$

$$0.5 \leq R_{D_a} \leq 1$$



雙層版應用之目的

- 雙層版之應用
 - 鋪面版與路床之間設計基底層
 - 強度介於路床與鋪面版之間
 - 此層材料具有應力折減的效果
 - 完全黏結、未黏結
- 應力分析
 - 應用單層系統的應力轉換或調整進而求得雙層系統的應力
 - 中央、邊緣或角隅的載重情況，關係極為一致



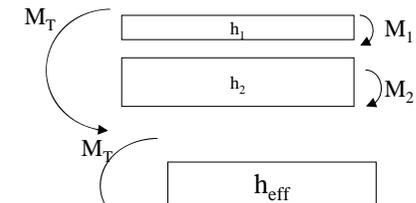
未黏結雙層版系統應力分析方式

- Tabatabai-Raissi(1977)與Salsilli(1991)

$$M_T = \frac{\sigma}{6} h^2$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{E_1 h_1}{E_2 h_2}$$

$$M_T = \frac{\sigma_1}{6} \left[h_1^2 + \left(\frac{E_2 h_2}{E_1 h_1} \right) h_2^2 \right] = \frac{\sigma_1 h_{eff}^2}{6}$$



未黏結雙層版系統應力分析方式 I

- 假設 $\nu_1 = \nu_2$

- 等值斷面 h_{eff}

$$h_{eff} = \sqrt{h_1^2 + \left(\frac{E_2 h_2}{E_1 h_1}\right) h_2^2}$$

- 應力調整因子 R

- Lee(1997)
- PPR

$$\sigma_{unbond} = (\sigma_o) * R \left(\frac{a}{\ell}, \left(\frac{h_{eff}}{h_1} \right)^2 \right)$$



未黏結雙層版系統應力分析方式 II

- ILLICON (NCHRP 1-32)

- 等值之慣性矩 I_{eff}

$$I_{eff} = I_1 + \left(\frac{E_2}{E_1}\right) I_2 = \frac{h_1^3}{12} + \left(\frac{E_2}{E_1}\right) \frac{h_2^3}{12} = \frac{h_{eff}^3}{12}$$

- 等值斷面 h_{eff}

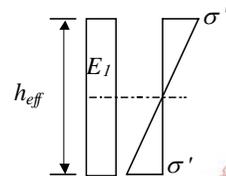
$$h_{eff} = \sqrt[3]{h_1^3 + \left(\frac{E_2}{E_1}\right) h_2^3}$$



未黏結雙層版系統應力分析方式 II

$$\sigma_{unbond} = \sigma_{we} \times \frac{h_1}{h_{eff}} \times \frac{\sigma'}{\sigma} = \sigma_{we} \times R$$

$$R = \frac{h_1}{h_{eff}} \times \frac{\sigma'}{\sigma}$$



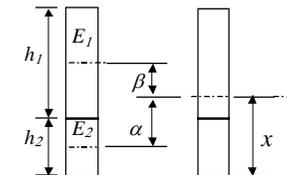
黏結雙層版系統

- 材料力學－合成樑的理論

$$x = \frac{E_1 h_1^2 + 2E_1 h_1 h_2 + E_2 h_2^2}{2(E_1 h_1 + E_2 h_2)}$$

$$\alpha = x - h_2 / 2$$

$$\beta = h_2 + h_1 / 2 - x$$



黏結雙層版系統應力分析方式 I

- Lee(1997)
 - 以未黏結雙層版轉換斷面之觀念
 - 頂層之 h_{1f} 與底層之 h_{2f}

$$h_{1f} = \sqrt[3]{h_1^3 + 12h_1\beta^2} \quad h_{2f} = \sqrt[3]{h_2^3 + 12h_2\alpha^2}$$

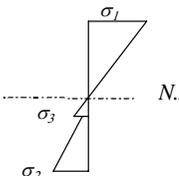
$$h_{eff} = \sqrt[3]{h_{1f}^3 + \left(\frac{E_2}{E_1}\right)h_{2f}^3} \quad \sigma_{bond} = (\sigma_o) * R \left(a/\ell, \left(h_{eff}/h_{1f} \right)^2 \right)$$


黏結雙層版系統應力分析方式 II

- Kuo(1994)
 - 以黏結版的上層頂部應力與底部應力之比值當作未黏結版與黏結版比

值之大小

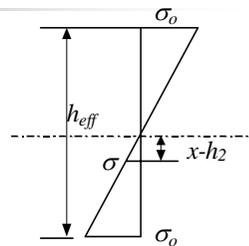
$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{h/2 + \beta}{h/2 - \beta} \Rightarrow \sigma_1 = \frac{h/2 + \beta}{h/2 - \beta} \sigma_3$$

$$\sigma_{unbond} = \frac{h/2 + \beta}{h/2 - \beta} \sigma_{bond}$$



黏結雙層版系統應力分析方式 III

- ILLICON

$$h_{eff} = \sqrt[3]{h_{1f}^3 + \left(\frac{E_2}{E_1}\right)h_{2f}^3}$$



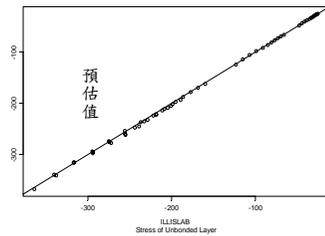
$$\sigma_{bond} = \sigma_o \times \frac{2(x-h_2)}{h_{eff}} \times \frac{\sigma_{eff}}{\sigma_1} = \sigma_o \times R_{bond}$$


應力分析與驗證

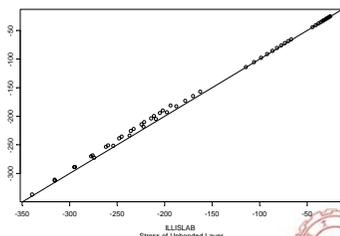
- 有限元素法分析—ILLISLAB程式
 - 黏結、未黏結系統
 - 不同之 h_1 、 E_1 、 h_2 、 E_2 與荷重半徑 a
 - a/l 0.05~0.4
 - $(h_{eff}/h_1)^2 = 1.0 \sim 2.0$
 - 55筆輸入資料
 - 各種雙層版系統之應力
- 

未粘結雙層版應力分析與驗證

■ *Lee(PPR)

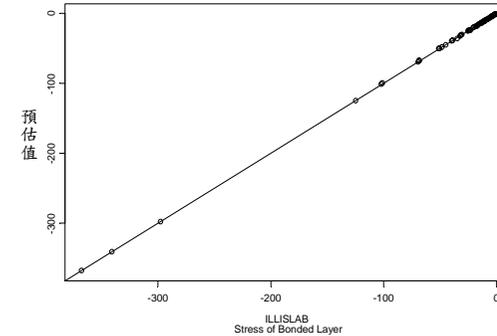


■ *ILLICON



粘結雙層版應力分析與驗證

■ ILLICON的應力調整方式



試驗路段資料驗證

- 1943 ~ 1973現地的試驗路段之資料(WES)
- 可歸納成36筆資料點
 - 斷面組成，各層厚度，材料性質
- 未黏結雙層版的應力折減公式
 - 以原始鋪面之k值分析鋪面應力 σ_k
 - 以公式5-22之應力調整因子進行折減
- $R_{unbond} = 0.987 \sim 1.0$
- 未黏結基底層的應力折減效果並不顯著



軌道力學分析程式雛型之建立

- 目前完成項目
 - 整合研究成果
 - Visual Basic 編輯模組
 - EXCEL建立流程
 - 簡易計算程式

軌道應力分析程式		主要控制參數
1	輸入控制參數	
2	軌道斷面	標準型(11.5m)
3	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
4	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
5	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
6	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
7	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
8	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
9	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
10	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
11	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
12	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
13	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
14	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
15	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
16	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
17	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
18	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
19	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
20	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
21	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
22	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
23	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
24	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
25	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
26	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
27	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
28	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
29	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
30	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
31	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
32	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
33	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
34	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
35	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
36	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
37	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
38	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
39	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
40	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
41	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
42	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
43	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
44	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
45	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
46	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
47	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
48	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
49	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
50	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
51	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
52	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
53	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
54	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
55	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
56	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
57	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
58	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
59	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
60	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
61	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
62	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
63	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
64	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
65	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
66	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
67	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
68	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
69	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
70	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
71	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
72	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
73	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
74	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
75	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
76	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
77	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
78	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
79	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
80	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
81	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
82	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
83	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
84	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
85	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
86	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
87	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
88	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
89	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
90	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
91	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
92	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
93	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
94	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
95	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
96	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
97	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
98	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
99	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)
100	軌道之應力調整因子	標準型(1.0)



案例驗證

- L=8m、軌道版寬W=3.84m、版厚h=16.1cm
- 混凝土彈性模數 $E_c=1.96*10^4$ MPa
- 鋼軌慣性矩 $I_s=2000$ cm⁴
- 鋼軌彈性模數 $E_s=2.35*10^5$ MPa
- 鋼軌扣件勁度 $k_s=6.311*10^7$ N/m
- 扣件面積為Tie AREA=576cm²
- 扣件間距為s=60cm
- 軌距為t=176cm
- 路床反力模數k=16.1MPa/m
- 單軸載重為P=98.1kN。



案例驗證結果

- 所有扣件反力造成之臨界應力2.96MPa
- 調整後臨界應力為1.592MPa
 - $R_{LW}=1.041$
 - $R_t=0.518$
- ABAQUS程式分析為1.595MPa
 - 差異0.19%
- 表4-1中Model III與Model IV另兩例
 - Model III
 - ABAQUS 1.033MPa、本研究1.044MPa、差異1.0%
 - Model IV
 - ABAQUS 0.610MPa、本研究0.628MPa、差異2.9%



PART V

軌道挫屈特性分析



軌道挫屈

- 細長柱挫屈理論

$$P_{cr} = \sigma A = (E\varepsilon)A = (E\alpha\Delta T)A$$

- Euler

$$P_{cr} = \frac{4n^2\pi^2 EI}{L^2}$$

$$\Delta T = \frac{P_{cr}}{E\alpha A} = \frac{n^2\pi^2 I}{\alpha L^2 A}$$

- Timoshenko

$$P_{cr} = \left[\left(1 + 4 \frac{P_E}{AG} \right)^{0.5} - 1 \right] \frac{AG}{2}$$



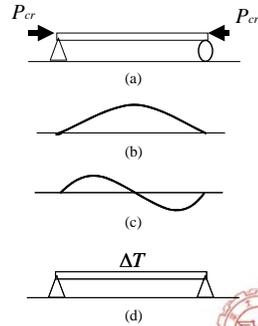
ABAQUS 模擬挫屈程序

- BUCKLE
- Eigenvalues

$$K^{MN} v^M = 0$$

$$(K_0^{MN} + \lambda_i K_0^{MN}) v_i^M = 0$$

$$P^N + \lambda_i Q^N$$



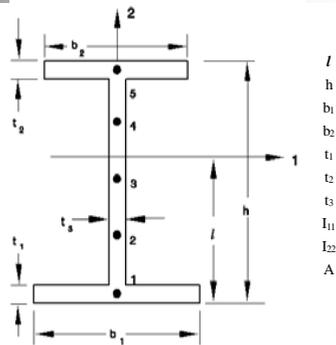
模擬元素之介紹

- 樑元素
 - B31OS
- 銜接元素
 - JOINTC
 - Spring
- 基礎函數
 - FOUNDATION



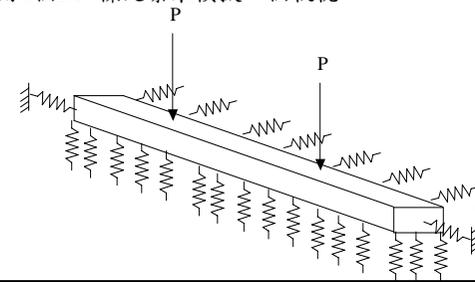
鋼軌結構之模擬

- B31OS



軌枕結構之模擬

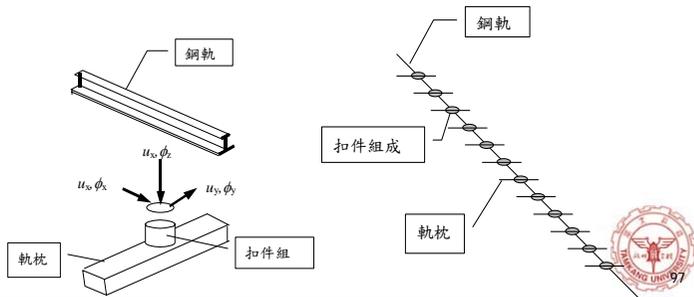
- B31
 - 軌枕元素切割數目不影響分析結果
 - 使用5個B31樑元素來模擬一個軌枕



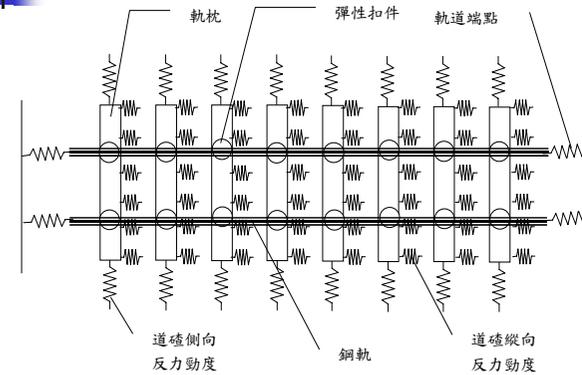
扣件之模擬

JOINTC

- 可六個自由度之勁度



道碴與路床之模擬



軌道挫屈自動化分析程式

- Visual Basic程式
- ILLI-BUCKLE程式

- 驗證結果良好

- 改善之部分

- 可同時執行一系列分析
- 對於樑元素切割更有彈性

軌道長度 (m)	8.415	12.342	15.708	21.318	56.1
ILLI-BUCKLE 分析結果°C	88.48	71.44	68.06	63.73	59.35
本研究自動化程序 分析結果°C	88.47	71.43	68.05	63.72	59.25

程式可調整之功能

- 軌道模型幾何條件: 軌道長度、軌距、軌枕間距、軌枕長度。
- 鋼軌型態: 鋼軌斷面積、慣性矩。
- 軌枕型態: 軌枕高度、寬度與長度。
- 材料常數: 鋼軌之彈性常數、柏松比、剪力模數、溫度係數, 軌枕之彈性常數、柏松比。
- 彈性扣件: 六個自由度的彈性勁度。
- 道碴系統: 道碴模擬方式, 縱向、側向與垂直向的彈性反力模數或是基礎函數之反力值。
- 元素配置: 軌枕、鋼軌的元素切割方式與節點分布定義。
- 邊界條件設定。
- 挫屈條件: 預加載重、覆加載重、疊代次數範圍與分析模態。

鋼軌結構收斂性探討

- 模型長度
 - 封閉斷面 $L/h > 70$ 收斂
 - 開放斷面 $L / (I/A)^{0.5} > 1000$
 - 鋼軌斷面 $L / (I_{11})^{0.25} > 100$
- 切割方式
 - 軌枕間使用4個元素收斂達99.9%



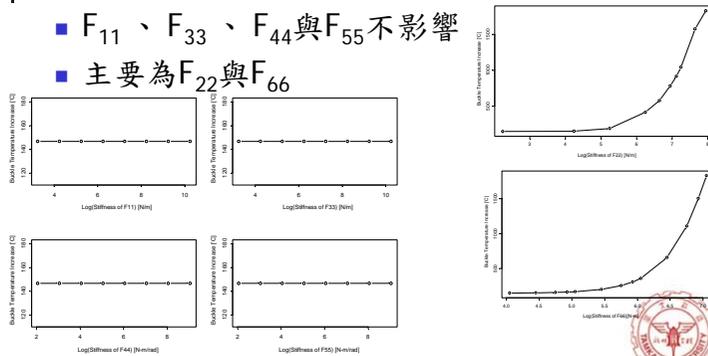
扣件結構收斂性分析

- 各自由度勁度之分析
- 側向位移勁度之影響
 - 彈性支承係數
 - 鋼軌材料
 - 勁度交互作用



各自由度勁度之分析

- F_{11} 、 F_{33} 、 F_{44} 與 F_{55} 不影響
- 主要為 F_{22} 與 F_{66}



側向彈性支承係數

- $U_{22} = F_{22}/s$
- U_{22} 維持一定挫屈溫度完全相同

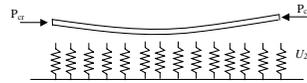
軌道長 L(mm)	元素長 S(mm)	支承間距 a(mm)	扣件勁度 F_{22} (N/m)	支承係數 U_{22} (KPa)	挫屈溫度 °C
4115	25.4	25.4	1.75E+04	6.89E+02	185.9
4115	25.4	50.8	3.50E+04	6.89E+02	185.9
4115	25.4	101.6	7.04E+04	6.89E+02	185.9
4115	25.4	203.2	1.40E+05	6.89E+02	185.9
4115	25.4	406.4	2.80E+05	6.89E+02	185.9
4115	25.4	812.8	5.60E+05	6.89E+02	185.9



鋼軌材料影響

E(MPa)	68940	137880	206820	275760	344700	413640	482580	551520
P_{cr} (kN)	1263	1917	2553	3185	3807	4435	5071	5693
ΔT (°C)	188	143	127	118	113	110	108	106

$$P_{cr} = n^2 \frac{\pi^2 EI}{L^2} + \frac{U_{22} L^2}{n^2 \pi^2}$$



$$(n-1)^2 n^2 \frac{\pi^2 EI}{L^4} \leq U_{22} \leq (n+1)^2 n^2 \frac{\pi^2 EI}{L^4}$$



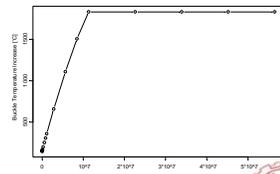
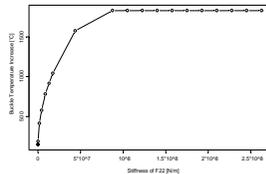
不同E值的挫屈行為

E MPa	U_{22} N/m	P_{cr} 有限 kN	P_{cr} 理論 kN	差距
6.89E+04	622	655	696	0.062
1.38E+05	1244	1309	1392	0.064
2.07E+05	1866	1962	2089	0.065
2.76E+05	2489	2612	2785	0.066
3.45E+05	3111	3261	3481	0.068
4.14E+05	3733	3908	4177	0.069
4.83E+05	4355	4554	4873	0.070
5.52E+05	4977	5197	5570	0.072
6.20E+05	5599	5840	6266	0.073
6.89E+05	6222	6480	6962	0.074



勁度的交互作

$$\Delta T_{total} = \Delta T_{F22} + \Delta T_{F66}$$



主要控制參數之驗證

軌道相對勁度半徑 l_R

- 側向勁度 U_{22} 取代鋼軌支承係數 U
- 鋼軌EI

$$l_R = 4 \sqrt{\frac{EI}{U_{22}}}$$

$$P_{cr} = n^2 \frac{\pi^2 EI}{L^2} + \frac{U_{22} L^2}{n^2 \pi^2}$$

$$P_{cr} = P_{cr}^{U_{22}=0} + \Delta P_{cr}$$

$$\frac{\Delta P_{cr}}{P_{cr}^{U_{22}=0}} = f\left(\frac{U_{22} L^4}{EI}\right) = f\left(\frac{L^4}{\frac{EI}{U_{22}}}\right) = f\left(\frac{L^4}{l_R^4}\right)$$

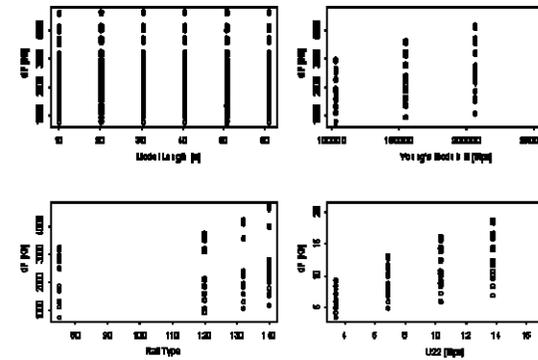


參數分析輸入範圍

Rail Type	RE70、RE115、RE132、RE140
L(m)	10.16、20.32、30.48、40.64、50.80、60.96
E(MPa)	103422、155133、206844、258555
U_{22} (MPa)	3.4474、6.8948、10.3422、13.7896、17.237

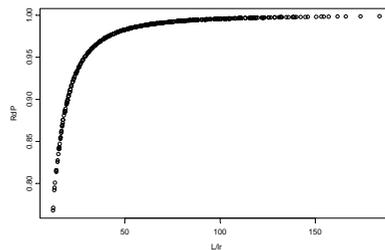


分析結果比較



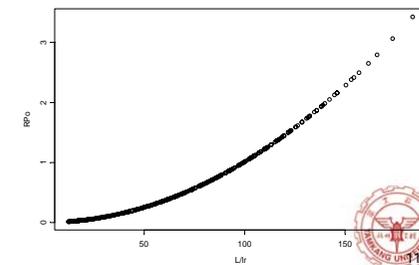
挫屈載重比 $R_{\Delta P}$ 與無因次參數 L/l_R

$$R_{\Delta P} = \Delta P_{cr} / P_{cr}$$



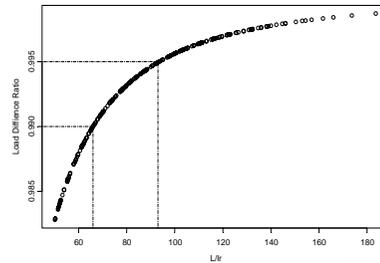
挫屈載重比 R_{P_0} 與無因次參數 L/l_R

$$R_{P_0} = \frac{\Delta P_{cr}}{P_{cr}^{U_{22}=0}}$$



控曲載重主要提供部分

$$P_{cr}^{Total} = \Delta P_{cr} + P_{cr}^{U_{22}=0}$$



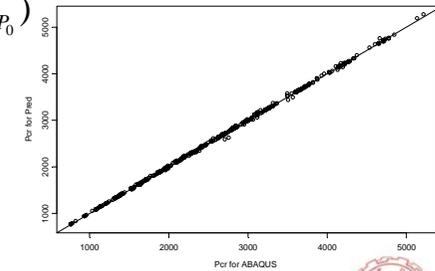
- 收斂時 ΔP_{cr} 為主
- $P_{cr}^{U_{22}=0}$ 已不再具有重要性



控屈載重預估模式

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} (1 + R_{P_0})$$

$$R_{P_0} = \frac{\Delta P_{cr}}{P_{cr}^{U_{22}=0}}$$



控制軌道控屈行為之參數

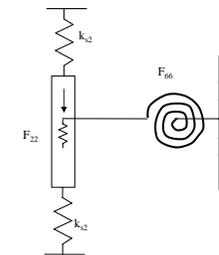
- 鋼軌本身之抗控屈能力
- 扣件抵抗側向變形之能力
 - 道碴之側向勁度 k_{b2}
 - 扣件之側向勁度 F_{22}
 - 扣件之彎曲勁度 F_{66}



等值側向扣件勁度

- 勁度疊加
- 彈簧串聯與並聯

$$K_{22}^{eq} = \frac{2k_{b2}F_{22}}{2k_{b2} + F_{22}} + \frac{F_{66}}{(t/2)^2}$$



驗證案例

- 表6-2之輸入參數
 - 等值勁度=2873N/m
 - 側向相對勁度半徑 $\ell_R=108\text{cm}$
- 案例一，長度8.40m
 - $L/\ell_R=7.73$
 - 調整因子 $R_{p0}=1.63$
 - ABAQUS程式計算88.3°C，本模式預估為90.9°C
- 案例二，長度12.30m
 - $L/\ell_R=11.34$
 - 調整因子 $R_{p0}=3.05$
 - ABAQUS程式計算71.3°C，本模式預估為65.0°C



版式軌道之應用

- 挫屈外力主要控制
 - 抵抗側向變形之能力
- 軌道版結構
 - 強化原有路床與道碴之勁度
 - 降低挫屈潛能



PART VI

結論與建議



結論(一)

- 定義軌道相對勁度半徑
- 主要控制參數之驗證
 - 以軌道力學的理论公式為基礎
 - 因次分析原理之應用
 - 彈性基礎樑控制參數
 - $\lambda x, L/\ell_r, a/\ell_r$ 與 S/ℓ_r
 - 雙重彈性基礎樑控制參數
 - $\ell_{rk}/\ell_r, \ell_k/\ell_r$



結論(二)

- 自動化分析程序之建立有助於參數分析
- 適用不同模式, 材料, 尺寸, 外力之分析
- 自動化前處理與後處理
 - 減少人為錯誤
 - 節省作業時間



結論(三)

- 隨著網格切割愈密而收斂
- 較差之元素
 - 三維版殼元素S4、S4R、S4R5
 - 三維固體元素C3D8、C3D8R
- 最適當之元素
 - 三維版殼元素S9R5、S8R5
 - 三維固體元素C3D20
- 不建議使用降階之三維固體元素



結論(四)

- 版殼元素
 - 水平向網格切割密度為3
- 固體元素
 - 水平向網格切割密度為3
 - 層數為3層



結論(五)

- 最佳化軌道分析模型元素選用
 - 鋼軌-B31樑元素
 - 扣件-JOINTC, S8R5, RB3D2
 - 混凝土版C3D20
 - 路床FOUNDATION參數



結論(六)

- 最佳化軌道分析模型切割方式
 - 水平切割方式
 - 載重區域切割密度為3(載重區域長度中以9個元素)
 - X向載重區域4倍長度較密切割
 - Y向載重區域2倍長度較密切割
 - 厚度
 - 切割3層
 - 鋼軌
 - 軌枕間距中使用3個樑元素
 - 對稱六個扣件即可達到無限版之模擬



結論(七)

- 軌道模型分解之鋼軌部分
 - 有效的扣件載重距離為 >3
 - 鋼軌扣件反力預估模式
 - 版式軌道
 - 道碴式軌道
- 軌道模型分解之軌道版部分
 - 剛性鋪面研究成果之整合
 - 各種調整因子的建立



結論(八)

- 過去橫枕分析以19~20個軌枕過於保守
 - 10個軌枕即可收斂
- 軌距縮小鋼軌之荷重產生交互影響
 - 單軌的分析應需調整
- 雙層版系統
- 黏結 : 應力折減有甚佳之效用
- 未黏結 : 應力折減效果並不顯著



結論(九)

- 軌道挫屈控制參數
 - 側向軌道相對勁度半徑
- 主要為抵抗側向變形之能力
- 自動化分析的程式之建立與改善
- 挫屈載重預估模式
- 等值側向位移勁度之應用



未來研究方向(一)

- 應用本研究奠定之基礎
 - 確立理論與數值分析之環節
 - 分析模式特性
 - 自動化分析程序
- 可研究之方向
 - 扣件能力喪失、軌道接頭之弱化
 - 多版之效應、軌道版翹曲



未來研究方向(二)

- 動態結構反應
 - 靜力分析基礎的延伸
 - 動力分析原理
 - 無因次參數之分析
- 振動之探討
- 互制行為
- 隔振之探討



未來研究方向(三)

- 分析與設計
 - 非線性分析
 - 線性分析之延伸
 - 材料模式之改變
- 破壞模式之探討
 - 結構支承條件喪失
 - 管理系統



TKUTRACK完整程式架構

- 與過去研究之程式整合
- 良好使用者介面
- 擁有視窗程式功能
- 分析項目
 - 應力
 - 撓度
 - 挫屈



簡報結束

敬請指教

