

七、平面與縱斷線形

- ◎ 平面線形：直線、曲線(平曲線)
 - 曲線(平曲線)：圓曲線、緩和曲線
 - 圓曲線：單曲線、複曲線、反向曲線

- ◎ 圓曲線

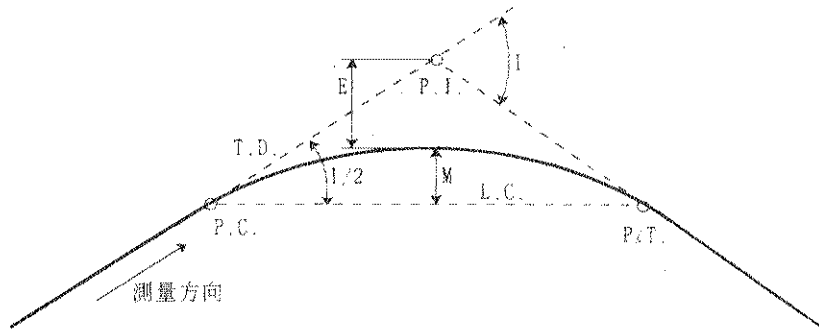
[圓曲線=曲線上各點之曲率相同，以半徑 R 或曲線中心角 D 表示]

[曲線中心角 D =每 20 m(英制為 100 ft)之弧長或弦長所對之中心角度]

$$\frac{2\pi R}{360^\circ} = \frac{20 \text{ m}}{D} \implies R = \frac{1146}{D} \quad (\text{弧長})$$

$$\text{Sin} \frac{D}{2} = \frac{10 \text{ m}}{R} \implies R = \frac{10}{\text{Sin}(D/2)} \quad (\text{弦長})$$

※圖 9-2 單曲線之各部名稱與相關公式



P.C. : 曲線起點

P.T. : 曲線終點

P.I. : 交點

M : 中央縱距 $M = R \operatorname{versine} \frac{I}{2} = R \left(1 - \cos \frac{I}{2} \right)$

E : 外線縱距 $E = R \operatorname{exsecant} \frac{I}{2} = R \left(\sec \frac{I}{2} - 1 \right)$

T.D. : 切線長度 $T.D. = R \operatorname{tangent} \frac{I}{2}$

R : 曲線半徑

D : 曲線中心角度

L : 曲線長度 $L = 20 \frac{I}{D}$

L.C. : 長弦 $L.C. = 2R \operatorname{Sin} \frac{I}{2}$

I : 交角

圖 9-2 單曲線說明圖

◎ 超高(Superelevation)

[超高與超高度]

$$\frac{e + f}{1 - ef} = \frac{F}{W} = \frac{v^2}{gR} = \frac{V^2}{127R}$$

$$e = \frac{V^2}{127R} - f \quad (ef \approx 0)$$

1. 最大容許側向摩擦係數：(AASHTO 建議)

$f=0.17$ ($V=32$ kph), $f=0.14$ ($V=80$ kph),

$f=0.10$ ($V=112$ kph)

2. 最大超高度：

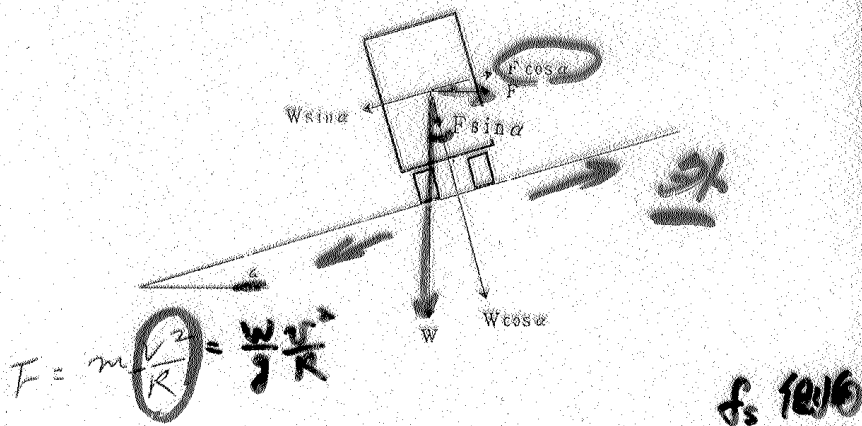
無冰雪區 $e=0.10$, 有冰雪區 $e=0.08$, 交通
量多之處 $e=0.04-0.06$

$$R_{\min} = \frac{v^2}{127(e_{\max} + f_{\max})}$$

$$D_{\max} = \frac{145,542(e_{\max} + f_{\max})}{V^2}$$

(請見表

9-1)



$$F \cos \alpha = W \sin \alpha + (F \sin \alpha + W \cos \alpha) f$$

$$\therefore F = W \tan \alpha + (F \tan \alpha + W) f$$

即 $F = W e + (F e + W) f$

得 $e + f \alpha$

$$\frac{e + f}{1 - e f} = \frac{F}{W} = \frac{v^2}{gR} = \frac{V^2}{127 R} \quad (7-8)$$

式中：

F 為離心力

W 為車輛重量

α 為超高之角度

f 為輪胎與路面之側向摩擦係數 (Side Friction Factor)

e 為超高度, $n/m, e = \tan \alpha$

g 為重力加速率, $g = 9.81 \text{ m/sec}^2$

v 為車速, m/sec



表 9-1 在最大之 e 及 f 值下之圓曲線最小半徑與最大中心角度表

設計速率 (kph)	e_{max}	f_{max}	$e_{max} + f_{max}$	最小半徑 (m)	最大中心 角 度
30	0.04	0.170	0.210	34	33.96
40	0.04	0.164	0.204	63	18.19
50	0.04	0.158	0.198	101	11.35
60	0.04	0.152	0.192	150	7.64
70	0.04	0.146	0.186	209	5.48
80	0.04	0.140	0.180	280	4.09
100	0.04	0.120	0.160	492	2.33
30	0.06	0.170	0.230	31	36.97
40	0.06	0.164	0.224	57	20.11
50	0.06	0.158	0.218	92	12.46
60	0.06	0.152	0.212	135	8.49
70	0.06	0.146	0.206	188	6.10
80	0.06	0.140	0.200	252	4.55
100	0.06	0.120	0.180	437	2.62
120	0.06	0.100	0.160	709	1.62
30	0.08	0.170	0.250	28	40.93
40	0.08	0.164	0.244	52	22.04
50	0.08	0.158	0.238	84	13.64
60	0.08	0.152	0.232	123	9.32
70	0.08	0.146	0.226	171	6.70
80	0.08	0.140	0.220	229	5.00
100	0.08	0.120	0.200	394	2.91
120	0.08	0.100	0.180	630	1.82
30	0.10	0.170	0.270	26	44.08
40	0.10	0.164	0.264	48	23.88
50	0.10	0.158	0.258	77	14.88
60	0.10	0.152	0.252	113	10.14
70	0.10	0.146	0.246	157	7.30
80	0.10	0.140	0.240	210	5.46
100	0.10	0.120	0.220	357	3.21
120	0.10	0.100	0.200	567	2.02

◎ 緩和曲線：(Euler Spiral, Clothoid)
優點：可使離心力逐漸變化、完成超高
漸變、曲線加寬、增進美觀

◎ 緩和曲線長度之決定：

1. 車輛離心加速率之增加率(C)

$$C = \frac{v^2}{R} / \frac{v}{L} = \frac{v^3}{RL}$$

$$L = \frac{v^3}{CR} = \frac{V^3}{46.66 CR} = 0.036 \frac{V^3}{R}$$

$$C = 0.3 \sim 0.9 \text{ m/sec}^3 \text{ (一般取0.6, 公路)}$$

2. 超高漸變所需之長度

[由正常路拱變化至完全超高所需長度]

$$\text{雙車道 } L_R = \frac{We}{g}, \text{ 三車道爲1.2倍,}$$

四車道爲1.5倍, 六車道爲2.0倍

$$\left[L_e \geq \frac{(B + 3.5)\Delta e}{2G_r}, L_e \geq \frac{Vdt}{3.6}, t = 2\text{sec} \right]$$

◎ 超高之鋪設

※自緩和曲線之起點(TS)逐漸增高至其
終點(SC)完成超高

※若無緩和曲線時，通常將 60~80% (2/3)
設於直線上，另 1/3 則置於圓曲線上

※方法：以路面之中心線(最常用)、內側邊線、外側邊線為軸

表 9-2 設計速率與最大相對縱向坡度表

設計速率 (kph)	雙車道公路路面外側邊線與中心線之 最大相對縱向坡度(%)
30	0.76
40	0.70
50	0.65
60	0.60
70	0.55
80	0.50
100	0.43
120	0.39

表 9-3 雙車道公路超高漸變所需之最短長度表 單位：m

設計速率 (kph)	30	40	50	60	70	80	100	120
超高度 e	車道寬=3.66 m (12 ft)							
0.02	8.8	10.5	11.3	12.2	13.3	14.6	17.0	18.8
0.04	19.3	20.2	21.8	23.6	25.7	28.3	32.9	36.3
0.06	28.9	31.4	33.8	36.6	39.9	43.9	51.1	56.3
0.08	38.5	41.8	45.0	48.8	53.2	58.6	68.1	75.1
0.10	48.2	52.3	56.3	61.0	66.5	73.2	85.1	93.8
	車道寬=3.05 m (10 ft)							
0.02	8.0	8.7	9.38	10.2	11.1	12.2	14.2	15.6
0.04	16.1	17.4	18.8	20.3	22.2	24.4	28.4	31.3
0.06	24.0	26.1	28.2	30.5	33.3	36.6	42.6	46.9
0.08	32.1	38.9	37.5	40.6	44.4	48.8	56.7	62.6
0.10	40.1	43.6	46.9	50.8	55.5	61.0	70.9	78.2
設計用之最短長度 (不考慮超高度及路面寬度)	13.3	22.9	32.4	36.2	42.9	45.7	55.6	64.0

1. 以路面之中心線為軸，而將路拱轉動，即外側加高一半，內側降低一半。
2. 以路面內側邊線為軸，將路拱轉動，即超高全加在外側。
3. 以路面外側邊線為軸，將路拱轉動，即降低內側而達成外側之超高。
4. 若路面線形為直線而非拱形，則以路面外側邊線為軸，將路面內側下降。

8.10.2 無中央分隔帶之超高漸變佈設法

超高度之佈設法有三種，以第一種使用最為普遍，如因受地形之限制或排水等其他原因所阻礙而未能採用第一種方法時，可根據最適宜的情形選用一種，其佈設法有：

一、以路面中心線為軸而轉動，但中心線高度不變

如圖 8.30 所示，橫斷面 A 表示在直線部分末端與切線漸變段相接處之公路橫斷面；由切線漸變段之起端漸次將鋪面外緣繞路面中心線往上旋轉，直至與路面中心線等高，此時路面之外緣已旋轉成水平位置，但路面之內緣尚不變動，其橫斷面如 B 所示，切線漸變段之長度約在緩和曲線起點前 8 ~ 20 公尺視橫斷坡度而異。由漸變長度段之起端又漸次將路面中心線向上旋轉直至圓曲線部分之起端為止，其橫斷面如 E 所示，此時路面內外緣之高差為全超高，至於曲線部分之任一斷面皆為全超高。

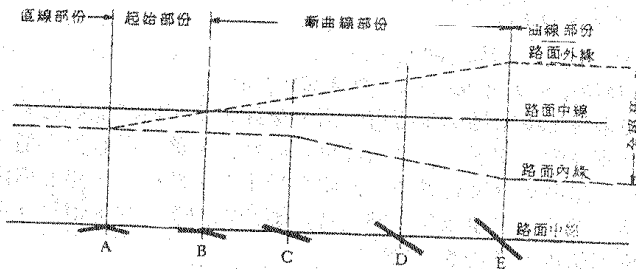


圖 8.30 以路面中心線為軸而轉動

二、以路面內緣線為軸而轉動，但內緣線之高度不變

如圖 8.31 所示，其橫斷面 A、B 及 C 與圖 8.30 之情形同；由橫斷面 C 以後，整個路面繞路面內緣線旋轉直至圓曲線部分之起端為止，其橫斷面如 E 所示，此時路面內外緣之高差為全超高。

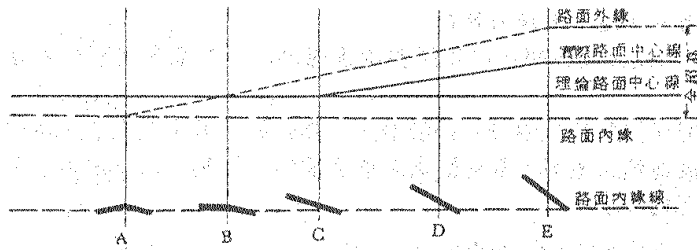


圖 8.31 以路面內緣線為軸而轉動

三、以路面外緣線為軸而轉動，但外緣線之高度不變

如圖 8.32 所示，其橫斷面 A 與上述同，由橫斷面 A 開始，路中心線繞路面外緣線向下旋轉，但內側路面始終保持原有橫斷坡度，亦即路中心線下降之數值與路面內緣線下降者相同，此種變化一直漸變至斷面 C，此時外側路面與內側者處同一橫坡；然後整個路面繞外緣線向下旋轉一直達到曲線部分之起端為止，其橫斷面如 E 所示，此時路面內外緣線之高差為全超高。

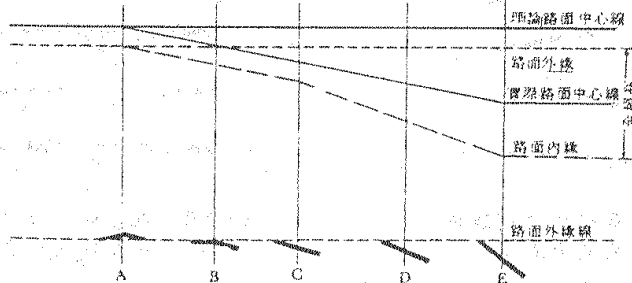


圖 8.32 以路面外緣線為軸而轉動

8.10.3 有中央分隔帶之超高漸變佈設法

設有中央分隔帶之彎道超高漸變之佈設亦可按三種方法完成之：

一、以中央分隔帶之中心線為軸而轉動

圖 8.33 示超高漸變過程中各斷面變化的情形。圖中之“A”代表在直線段之正常斷面，“B”代表切線漸變段與漸變長度段相交處之斷面，即圖 8.30 之 B 斷面，“C”代表在漸變長度段內之斷面，即圖 8.30 之 D 斷面，“D”代表在漸變長度段與圓曲線相交處之斷面，即如圖 8.30 之 E 斷面。

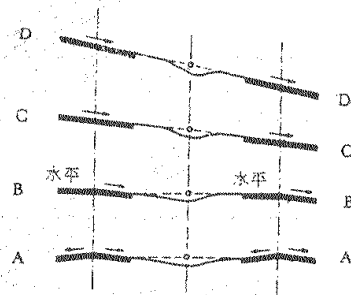


圖 8.33 以中央分隔帶之中心線為軸以完成全超高

本法不適用於平坦地帶所設置的公路，蓋因彎道處之路面內緣可能因過分下降，而導致排水不易。若排水不成問題，則本法可用於任何寬度之中央分隔帶及中央分隔帶內原擬預留為增建車道者。

二、以各向路面左側邊緣為軸而轉動

圖 8.34 示超高漸變係繞各向車道左側邊緣為軸，在漸變過程中各斷面變化的情形

本法可適用任何寬度之中央分隔帶地段，為一般所常用之方法。倘中央分隔帶原係預留為增建車道者，則對該處之坡度須詳加規劃，以解決目前及將來可能發生的排水困難問題。

三、以各向路面中心線為軸而轉動

圖 8.35 示超高漸變係繞各向車道中心線為軸，在漸變過程中各斷面變化的情形。

本法因易導致鋸齒狀之橫斷面，尤其在有狹窄中央分隔帶之彎道段，此種現象最為顯著。這種呈現不規則高低之斷面，不但有礙美觀，且行車時亦易發生危險。本方法只用於有寬闊且不擬將來在內增建車道之中央分隔帶段。

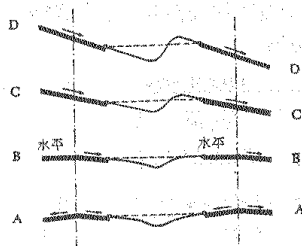


圖 8.34 以各向車道之左側邊緣為軸以完成全超高

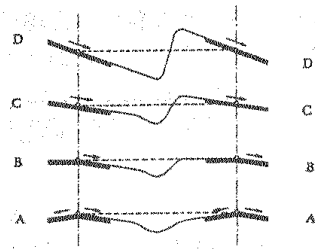


圖 8.35 以各向車道之中心線為軸以完成全超高

◎ 曲線之路面加寬

[因車輛後軸軌跡半徑較前輪小、駕駛人向車道兩側偏離之自然傾向]

$$w = R - (r + u)$$

$$(r + u)^2 = R^2 - L^2$$

$$w = R - (R^2 - 15^2)^{0.5} \approx R - R \left(1 - \frac{112.5}{R^2} \right) \approx \frac{112.5}{R}$$

$$(1 + x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha - 1)}{2!} x^2 + \frac{\alpha(\alpha - 1)(\alpha - 2)}{3!} x^3 + \dots$$

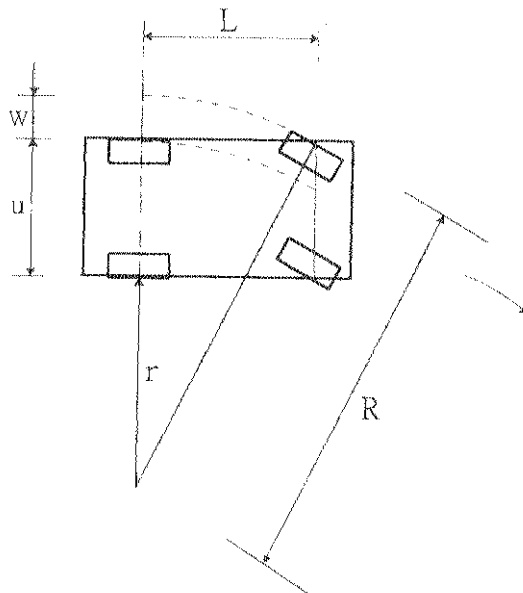


圖 9-3 曲線加寬說明圖

◎ 水平視距

[所有妨害視線的障礙物均應後退]

※障礙物支距 M 之求法：圖 9-4

1. 曲線長度大於停車視距($L > D$)

$$M = \frac{D^2}{8R}$$

2. 曲線長度小於停車視距($L < D$)

$$M = \frac{L(2D - L)}{8R}$$

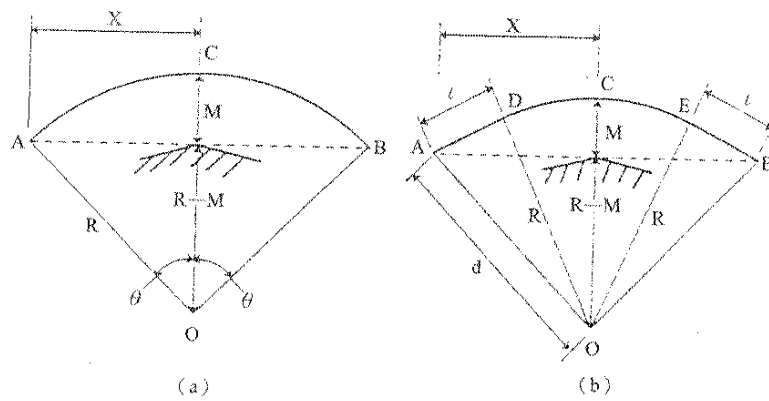


圖 9-4 平曲線視距說明圖

1. 曲線長度大於停車視距

在圖 9-4 (a) 中，停車視距全部被涵括在曲線內。設 ACB 為停車視距 D，則依幾何學之基本原理，可得

$$R^2 = X^2 + (R - M)^2$$

及

$$X^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2 - M^2$$

因此
$$M^2 = \frac{D^2}{4} - R^2 + R^2 - 2RM + M^2$$

$$M = \frac{D^2}{8R} \quad (9-15)$$

2. 曲線長度小於停車視距

在圖9-4 (b) 中，停車視距大於曲線長度。設DE為曲線，其長度為L，ACB為停車視距D，在曲線兩端各延伸l，則

$$D = L + 2l$$

即
$$l = \frac{1}{2} (D - L)$$

又，依幾何原理，可得

$$\left(\frac{D}{2}\right)^2 = X^2 + M^2$$

$$X^2 = d^2 - (R - M)^2$$

$$d^2 = l^2 + R^2 = \left(\frac{D - L}{2}\right)^2 + R^2$$

因此
$$\frac{D^2}{4} = \frac{1}{4} (D^2 - 2LD + L^2) + R^2 - (R^2 - 2MR + M^2) + M^2$$

$$M = \frac{L(2D - L)}{8R} \quad (9-16)$$

當D=L時，(9-16)式即可表為 $M = \frac{D^2}{8R}$ ，與(9-15)式相同。

◎ 縱斷線形

影響行車：坡度、坡道長度、車輛之重量/能量比

表 9-4 AASHTO 建議最大坡度值
(Max. 3-8%, Min. 0.5%, 有路拱時可不要)

表 9-4 主要公路最大坡度與設計速率關係表

(單位：%)

設計速率 地形	80 kph	100 kph	120 kph
平原區	4	3	3
丘陵區	5	4	4
山嶺區	7	6	5

◎ 坡道之臨界長度(AASHTO)

※由貨車爬坡能力決定，其基本假設：

1. 車輛之重量/能量比=136 kg/hp (300 lb/hp)之貨車
2. 開始上坡速率為平均行駛速率
3. 坡道上為後隨車輛所能容忍之最低速率，以減速 16 kph 為標準

※我國公路標準規範：(10 馬力/噸，減速 15 kph 與 25 kph 為縱坡臨界長與縱坡限制長)

◎ 重車爬坡道

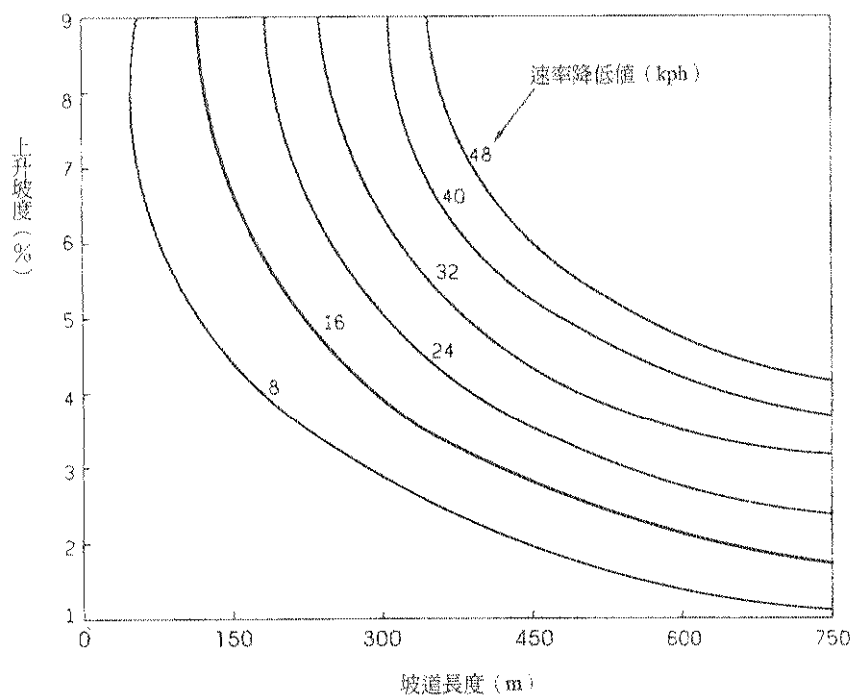


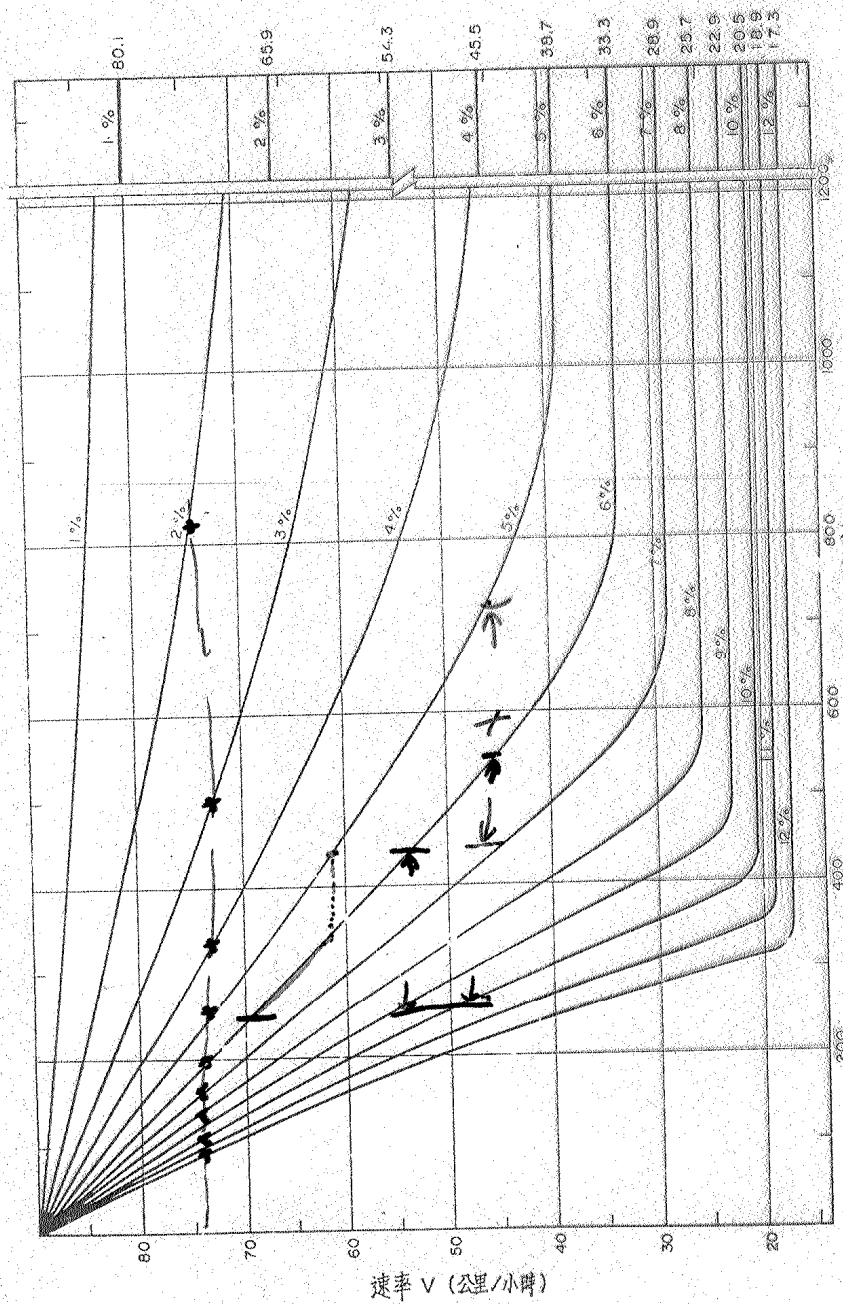
圖 9-5 坡道臨界長度之設計曲線圖（假設載重貨車之重量／能量比為136 kg／hp，開始上坡之速率為 90 kph）（資料來源：[9]）

3.11 縱坡長度限制

1. 設計載重車輛上坡容許速差（平均行駛速率減設計載重車輛速率），以小於 15 公里/小時為宜，最大不得超過 25 公里/小時。
2. 設計載重車輛產生 15 公里/小時與 25 公里/小時速差之上坡長度，分別設定為縱坡臨界長與縱坡限制長。
3. 馬力載重比 10 馬力/噸 (P_s/T) 載重車輛，進坡為水平時之縱坡臨界長 (L_c) 與縱坡限制長 (L_r) 規定如下表。(1 馬力=75 公斤·公尺/秒)

設計速率 V_d (公里/小時)	低流量平均 行駛速率 V_r (公里/小時)	縱坡度 G (%)	縱坡臨界長 L_c (公尺)	縱坡限制長 L_r (公尺)
120	97	2	800	—
		3	450	800
		4	300	500
100	85	3	450	900
		4	300	550
		5	250	400
90	78	3	550	—
		4	350	600
		5	250	400
80	70	4	350	850
		5	250	450
		6	200	300
70	62	4	500	—
		5	300	—
		6	200	350
		7	150	250
60	54	5	400	—
		6	200	500
		7	150	300
		8	120	200
<50	<46	7	180	500
		8	120	400
		9	100	300
		10	80	200
		11	70	180
		12	60	150

4. 連續坡之坡長，應按爬坡性能曲線決定之。唯 $V_d \leq 50$ 公里/小時公路之連續坡坡長 L_j ，宜以 $\sum \frac{L_j}{L_k} \leq 1$ 設計之。(L_k 為容許速差之上坡長度)



噸載重車輛減速性能曲線

◎ 豎曲線之線形

[凹型、凸型豎曲線]

圓曲線、拋物線、螺旋曲線之比較：

土方處理經濟性、視距一致性、行車舒適性、計算難易 ==> 選拋物線

※拋物線上各點至切線之垂直支距與曲線起點至該點之水平距離之平方成正比

◎相關公式

$$Y = \frac{G_2 - G_1}{2L} x^2 + G_1 x = -\frac{A}{2L} x^2 + G_1 x$$

$$\frac{Y + y}{x} = \frac{G_1}{1} \implies y = \frac{A}{2L} x^2$$

$$\text{when } x = L/2, y = E = \frac{AL}{8}$$

$$\text{Note: } A = G_1 - G_2$$

凸型豎曲線最高點或凹型豎曲線最低點之決定 ==> $dy/dx=0$ ，求 x' 與 y' 。

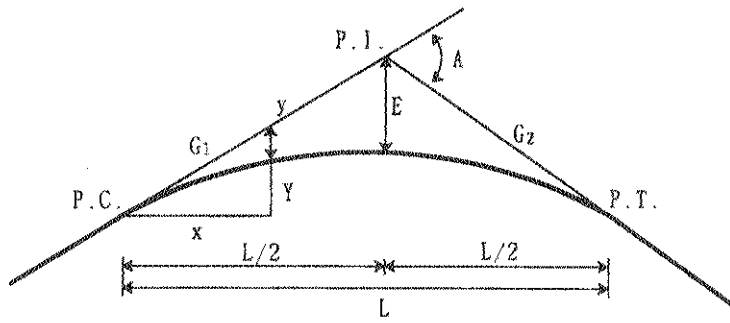


圖 9-8 拋物形豎曲線說明圖

拋物線之特性為曲線上各點斜率之變化均相同，因此可表為

$$\frac{d^2 Y}{dx^2} = k \quad , \quad k \text{ 為常數}$$

將上式積分得 $\frac{d Y}{dx} = kx + c$

令 $x = 0$ $\frac{d Y}{dx} = G_1$

令 $x = L$ $\frac{d Y}{dx} = G_2$

因此 $c = G_1$, $k = \frac{G_2 - G_1}{L}$

$$\frac{dY}{dx} = \left(\frac{G_2 - G_1}{L} \right) x + G_1$$

再積分得 $Y = \left(\frac{G_2 - G_1}{2L} \right) x^2 + G_1 x + c_1$

當 $x = 0$ 時， $Y = 0$ ， $c_1 = 0$

因此 $Y = \left(\frac{G_2 - G_1}{2L} \right) x^2 + G_1 x$

再依據幾何學之原理 $\frac{y + Y}{x} = \frac{G_1}{1}$ 代入上一式

得 $y = \left(\frac{G_1 - G_2}{2L} \right) x^2 = -\frac{Ax^2}{2L}$ (9-17)

當 $x = \frac{L}{2}$ 時 ， $y = E$ 代入 (9-17) 式

$$E = -\frac{AL}{8} \quad (9-18)$$

◎豎曲線之最短長度(省略詳細公式推導)

1. 凸型豎曲線

$$L = \begin{cases} \frac{S^2 A}{2(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2})^2} & \text{當 } L > S \\ 2S - \frac{2(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2})^2}{A} & \text{當 } L < S \end{cases}$$

2. 凹型豎曲線

$$L = \begin{cases} \frac{S^2 A}{8\left(C - \frac{h_1 + h_2}{2}\right)} & \text{當 } L > S \\ 2S - \frac{8\left(C - \frac{h_1 + h_2}{2}\right)}{A} & \text{當 } L < S \end{cases}$$

8.4 凸形豎曲線之長度

凸形豎曲線之最短長度係由視距決定之，由視距所決定之長度可增交通安全，並達舒適美觀。凸形豎曲線之長度可分為兩種情形設計之。

甲、豎曲線之長度大於視距時 ($L > S$)

如圖八~4 所示之凸形豎曲線，設視點 A 之高度為 h_1 (即為駕駛人眼部離路面之高度)，障礙物 B 之高度為 h_2 (即障礙物離路面之高度)，AB 為視距，其水平距離為 S ，AB 切路面於 C 點，AC 與 BC 之水平距離各為 p 及 q ，豎曲線前後端之縱斷坡度各為 $G_1\%$ 及 $G_2\%$ ，並設豎曲線之長度為 L 。則由(2)式得

$$h_1 = Ap^2 \quad \text{即 } p = \sqrt{\frac{h_1}{A}}$$

$$\text{又 } h_2 = Aq^2 \quad \text{即 } q = \sqrt{\frac{h_2}{A}}$$

但 $S = p + q$ ，故得

$$S = \sqrt{\frac{h_1}{A}} + \sqrt{\frac{h_2}{A}}$$

$$S^2 = \frac{h_1}{A} + \frac{h_2}{A} + \frac{2}{A} \sqrt{h_1 h_2} = \frac{1}{A} (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2})^2$$

又 $A = \frac{G_1 - G_2}{200L}$ 代入上式得

$$S^2 = \frac{200L}{G_1 - G_2} (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2})^2$$

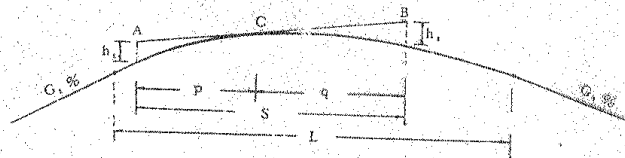
$$\text{解之得 } L = \frac{S^2 (G_1 - G_2)}{200 (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2})^2} \quad \text{..... (8~1)}$$

如用停車視距時， $h_1 = 1.4$ 公尺， $h_2 = 0.1$ 公尺
可得公式如下：

$$L = \frac{S^2}{450} (G_1 - G_2) \quad \text{..... (8~2)}$$

如用超車視距時， $h_1 = h_2 = 1.4$ 公尺，可得公式如下

$$L = \frac{S^2}{1120} (G_1 - G_2) \quad \text{..... (8~3)}$$



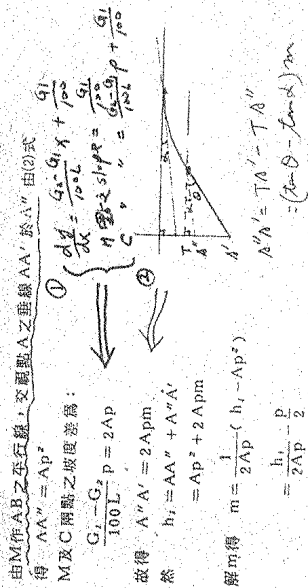
圖八~4 凸形豎曲線 ($L > S$)

我國「公路標準規範」中對凸形豎曲線長度 ($L > S$) 之公式規定如下

$$L = \frac{S^2}{442} (G_1 - G_2) \quad \text{..... (8~4)}$$

乙、鑿通，坡度小於視距時 (L < S)

如圖八~5所示之凸形豎曲線，設視點A之高度AA'為h₁，障礙物之高度BB'為h₂，AB為視距S，AB切線面於C點，則AM、MC、CN、NB'之水平長度，各為m、p、q及n，則視距S = m + p + q + n，而豎曲線之水平長度L = p + q，豎曲線前後端之縱斷坡度各為G₁%及G₂%。



由M作AB之垂線，交視點A之垂線AA'於A''，由(2)式得 AA'' = Ap²

M及C兩點之高度差為：

$$\frac{G_1 - G_2}{100L} p = 2Ap$$

故得 AA'A' = 2Apm

然 h₁ = AA'' + AA'A'

$$= Ap^2 + 2Apm$$

解m得 m = $\frac{1}{2Ap} (h_1 - Ap^2)$

$$= \frac{h_1 - p}{2Ap} \cdot \frac{p}{2}$$

$$AA'A' = TA'A' - TA''A''$$

$$= (\tan \theta - \tan \alpha) m$$

$$= 2Apm$$

圖八~5 凸形豎曲線 (L < S)

同理可得 n = $\frac{h_2 - q}{2Aq} \cdot \frac{q}{2}$

因之 S = m + p + q + n

$$= \frac{h_1 - p}{2Ap} \cdot \frac{p}{2} + p + q + \frac{h_2 - q}{2Aq} \cdot \frac{q}{2}$$

$$= \frac{h_1}{2Ap} \cdot \frac{p}{2} + \frac{q}{2} + \frac{h_2}{2Aq} \cdot \frac{q}{2}$$

$$= \frac{h_1}{2Ap} \cdot \frac{p}{2} + \frac{L - p}{2} + \frac{h_2}{2A(L-p)}$$

$$= \frac{h_1}{2Ap} \cdot \frac{p}{2} + \frac{h_2}{2A(L-p)}$$

求S對p之微分，並使之等於零得

$$\frac{ds}{dp} = -\frac{h_1}{2Ap^2} + \frac{h_2}{2A(L-p)^2} = 0$$

$$\therefore p = \frac{L \cdot \sqrt{h_1}}{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}}$$

代入公式得 S = $\frac{(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2})^2}{2AL} \cdot \frac{L}{2} + \frac{L}{2}$

解L得 L = 2S - $\frac{450}{G_1 - G_2}$

$\therefore L = 2S - \frac{200(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2})^2}{(G_1 - G_2)}$ (8-5)

如用簡單視距時，h₁ = 1.4公尺，h₂ = 0.1公尺，可得公式如下：

L = 2S - $\frac{450}{G_1 - G_2}$ (8-6)

如用超視距時，h₁ = h₂ = 1.4公尺，可得公式如下：

L = 2S - $\frac{1120}{G_1 - G_2}$ (8-7)

台灣省南北高速公路凸形豎曲線之規定值表八~2，表中之△為縱斷坡度差，即G₁ - G₂。

表八~2 南北高速公路縱斷規定之凸形豎曲線長度

豎曲線豎曲線長度 (公尺)	視距 (公尺)	坡度差 (%)
200	150	100
100	80	60
85	40	30

我國「公路標準軌距」中對凸形豎曲線長度 (L < S) 之公共等定如下：

L = 2S - $\frac{450}{G_1 - G_2}$ (8-8)

8.5 凹形豎曲線之長度

凹形豎曲線之長度設計，主要根據車燈照射距離決定之，即所謂車燈照射，凹形豎曲線之長度可分兩種情形設計之。

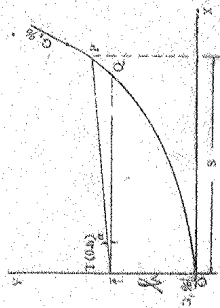
甲、豎曲線之長度大於視距 ($L > S$)

如圖八~6 所示，設其視距方程式為 $y = -Ax^2$ 車燈於 T 處，距路面高度 h，光線照射距離為 P，光線角度為 α ，則 PT 之方程式為

$$y = \tan \alpha \cdot x + h$$

$$Ax^2 + \tan \alpha \cdot x + h = 0$$

將之代入凹形豎曲線之座標方程式，得



但 x 應等於視距 S，將之代入上式而解 A，得

$$A = -\frac{h + S \cdot \tan \alpha}{S^2}$$

將 $A = \frac{G_1 - G_2}{200L}$ 代入之，並解出 L，得

$$L = -\frac{G_1 - G_2}{200} \cdot \frac{S^2}{(h + S \tan \alpha)}$$

圖八~6 凹形豎曲線 ($L > S$)

可得公式如下：

$$L = -\frac{(G_1 - G_2) S^2}{150 + 3.5 S} \quad (8-10)$$

乙、豎曲線之長度小於視距 ($L < S$)

如圖八~7 所示，車燈在 T 處，距地面高度 h，設車燈照射距離為 PT，光線角度為 α ，B 點之座標為 ($L, -AL^2$)，故 BP 之方程式為

$$y = (x - L) \tan \theta - AL^2$$

但 $\tan \theta = \frac{G_1 - G_2}{100} = -2AL$ ，將之代入 y 式得

$$y = -2ALx + AL^2 \quad (8-11)$$

又 PT 之方程式為

$$y = x \cdot \tan \alpha + h \quad (8-12)$$

以 (2) 式代入 (1) 式，又 x 值為 P 之橫座標，也即 $x = S$ 得

$$AL^2 = 2ALS + \tan \alpha \cdot S + h$$

$$L = 2S + \frac{S \cdot \tan \alpha + h}{AL} \quad (8-11)$$

用 $h = 0.75$ 公尺， $\alpha = 1^\circ$ 時，可得公式如下：

$$L = 2S + \frac{150 + 3.5S}{G_1 - G_2} \quad (8-12)$$

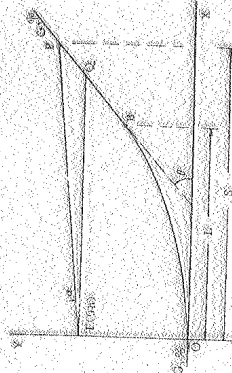
台灣省南北高速公路對凹形豎曲線之規定如表八~3，表中之 Δ 為縱斷坡度差，即 $G_1 - G_2$ 。

表八~3 南北高速公路所規定之凹形豎曲線長度

速率 (公里/小時)	凹形豎曲線長度 (公尺)	理想	不得
120	80 Δ	80 Δ	40 Δ
100	40 Δ	40 Δ	30 Δ
85	30 Δ	30 Δ	20 Δ

我國「公路標準圖值」中，對凹形豎曲線之長度公式規定如下：

$$L = \frac{S^2}{150 + 3.5S} (G_1 - G_2) \quad (8-13)$$



圖八~7 凹形豎曲線

edge of the structure restricting the view ahead. Let
 A = algebraic difference of grades, percent;
 L = length of vertical curve, stations;
 S = sight distance, stations;
 C = vertical clearance at critical edge of underpass, ft;
 h_1 = vertical height of driver's eye above road, ft;
 h_2 = vertical height of sighted object, ft.
 Two cases will be considered: (1) $S > L$, (2) $S < L$.

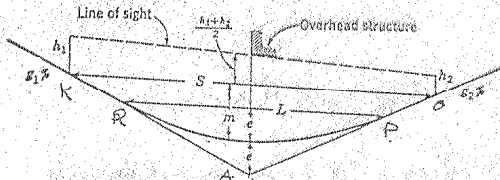


Fig. 108. Sight distance under overhead structure where $S > L$.

注意

MINHTO 3.3.8.8

- ① $h_1 = 6.4 \text{ ft}$ (eye height of a driver above road)
- ② $h_2 = 18 = 2.4 \text{ m}$ (height of top light of a passenger car)
- ③ $C = \text{clearance of bridge}$
 Minimum = 14.5 ft
 desirable = 18 ft
- ④ $\text{if } h_2 = 18 \text{ ft}$ & $h_1 = 6.4 \text{ ft}$
 $h_2 = 18 \text{ ft}$
 $\Rightarrow L = 2S - \frac{S^2}{A}$

① 凹形豎曲線 $S > L$

從相似三角形 $\triangle AKO$ 與 $\triangle AQP$ 得

$$\frac{S}{L} = \frac{e+m}{2e} \quad \text{--- (1)}$$

又當 $x = \frac{L}{2}$ 時 $A = |G_2 - G_1|$

$$e = \frac{1}{2} \frac{A}{L} x^2 = \frac{1}{2} \frac{A}{L} \left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{AL}{8} \quad \text{--- (2)}$$

另外,

$$m = C - \frac{h_1 + h_2}{2} \quad \text{--- (3)}$$

由公式 (1), (2) 及 (3)

$$\frac{S}{L} = \frac{1}{2} + \frac{m}{2e}$$

$$\frac{S}{L} = \frac{1}{2} + \frac{4(C - \frac{h_1 + h_2}{2})}{AL}$$

同時乘以 $2L$

$$2S = L + \frac{8(C - \frac{h_1 + h_2}{2})}{A}$$

$$\therefore L = 2S - \frac{8(C - \frac{h_1 + h_2}{2})}{A}$$

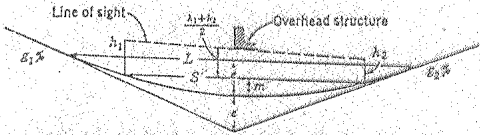


FIG. 109. Sight distance under overhead structure where $S < L$.

② 凹形竖曲线 $S < L$

Since any flat parabola is closely a circle

assume R = average radius of the vertical curve

Δ, Δ_s = central angles subtended by L & S

(a) For a parabola, $e = \frac{AL}{8}$

For a circle, $e = T \tan \frac{\Delta}{4} = (R \tan \frac{\Delta}{2}) \tan \frac{\Delta}{4}$

Assume $\tan \frac{\Delta}{2} = \frac{\Delta}{2}$, $\tan \frac{\Delta}{4} = \frac{\Delta}{4}$

then $e = R (\frac{\Delta}{2}) (\frac{\Delta}{4}) = R \frac{\Delta^2}{8}$ (approx.)

Set $e_{parabola} = e_{circle}$

$$\frac{AL}{8} = \frac{R \Delta^2}{8} \Rightarrow \Delta^2 = \frac{AL}{R} \quad (1)$$

(b) Assume m parabolae = m circle then we can write

$$m = R \sin \frac{\Delta_s}{2} \times \tan \frac{\Delta_s}{4}$$

Also assume

$$\sin \frac{\Delta_s}{2} = \frac{\Delta_s}{2}, \quad \tan \frac{\Delta_s}{4} = \frac{\Delta_s}{4}$$

$$\Rightarrow m = R \frac{\Delta_s^2}{8} \quad (\text{approx.}) \quad (2)$$

(c) Combine eqs (1) & (2)

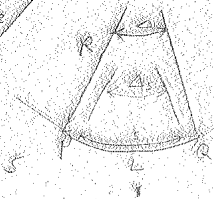
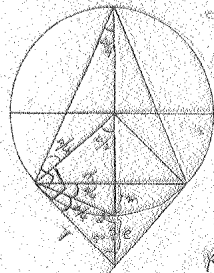
$$\left(\frac{\Delta}{\Delta_s}\right)^2 = \frac{AL}{8m}$$

Also note that $L = R \Delta$, $S = R \Delta_s$

$$\Rightarrow \frac{\Delta}{\Delta_s} = \frac{L}{S} \Rightarrow \left(\frac{\Delta}{\Delta_s}\right)^2 = \left(\frac{L}{S}\right)^2 = \frac{AL}{8m}$$

$$\left(\frac{L}{S}\right)^2 = \frac{AL}{8m} \Rightarrow e = T \tan \frac{\Delta}{4}$$

$$\left(\frac{L}{S}\right)^2 \frac{e}{\sin \frac{\Delta}{2}} = \frac{T}{\sin(\frac{\Delta}{2} - \frac{\Delta}{4})}$$



$$\therefore L = \frac{5^2 A}{8m}$$

$$m + \frac{L}{2} = e$$

$$L = \frac{5^2 A}{8 \left(e - \frac{L}{2} \right)}$$

NOTE: Rearrange

set $e = 74.5 \text{ ft}$

$R_1 = 6 \text{ ft}$

$R_2 = 1.5 \text{ ft}$

$$\Rightarrow L = \frac{5^2 A}{88}$$

【例題】

- 一、在決定平面線形是否有足夠之水平視距時，若曲線長度大於或
小於停車視距，試繪製合適的示意圖，並逐步推導出障礙物支
距M之公式。(參考公式如下)

$$M = \frac{D^2}{8R}, M = \frac{L(2D - L)}{8R}$$

- 二、假設在甲、乙兩地間擬建造一條高速公路，其設計速率為 90 公
里/小時，平均行車速率為 80 公里/小時，縱向摩擦係數為
0.30，最大容許側向摩擦係數為 0.14，最大超高度為 0.06，曲
線長度為 400 公尺。請以較安全保守之方式，決定其在彎道處
之最小曲率半徑、最短安全停車視距、及障礙物支距。若實際
障礙物之支距為 7 公尺，請問您將如何修改設計？

$$M = \frac{D^2}{8R}, \text{ or } M = \frac{L(2D - L)}{8R}$$

$$R = \frac{V^2}{127(e + f)}, SSD = 0.278 Vt + \frac{V^2}{254f}$$

- 三、拋物線上任一點至切線的垂直支距(Tangent Offset)應如何決
定？其與曲線起點至該點之水平距離(Tangent Distance)及豎曲
線兩端切線之縱坡度之關係為何？

- 四、解釋名詞與簡答：

- (a)平曲線之超高與超高漸變
- (b)加設緩和曲線之優點
- (c)曲線路面加寬之理由

- 四、假設一條高速公路，其設計速率為100kph，在低流量、中流量、與高流量
下之平均行車速率各為85、78、與60公里/小時，縱向摩擦係數為0.300，側
向摩擦係數為0.120。

假設在二條直線間設置一平曲線，其相關之設計條件如下：交角
 $I=25^\circ$ ，車道寬度=3.5m，最大相對縱向坡度=0.55%，最大超高度=0.0
6，離心加速度的增加率 $C=0.7\text{m/sec}^3$ 。(1)請依我國公路路線設計規範決
定停車視距之標準值與最小值。

(2)請決定最小轉彎半徑與曲線最短長度之值。(16%)

名稱	公式(計算過程)	結果
停車視距(8%)		

最小轉彎半徑 (4%)		
曲線最短長度(4%)		

D. For a newly designed highway, the design speed is 100 kph, the average travel speeds under low, medium, and high traffic flows are 85, 78, and 60 kph, respectively. The friction coefficient is 0.300 (longitudinal) and the side friction factor is 0.120. Given a circular curve (for horizontal alignment) with an intersection angle $I=25^\circ$, maximum superelevation rate $=0.06$. Please (1) Determine two stopping sight distance (standard value and minimum value); (2) Determine the minimum curve radius and the minimum length of arc. (16%)

Type	Equations including input values	Results
Stopping Sight Distance (8%)	(Standard Value)	
	(Minimum Value)	
Minimum Curve Radius (4%)		
Length of Arc (4%)		

- 1、加設緩和曲線之優點主要有哪四項：_____、_____、_____、完成曲線之路面加寬、增進美觀。
- 2、The length of highway needed to accomplish the change in cross slope from a section with adverse crown removed to a fully superelevated section is called the _____.
- 3、Please list the equation to determine the minimum length of the transition curve for highways (to provide a gradual change from the tangent section to the circular curve).