

十、鐵路工程之線形(補充)

◎ 台鐵超高計算(平衡超高)

重力與離心力之合力垂直於路線中心線

$$\tan \theta = \frac{F}{W} = \frac{C}{G}$$

離心力 $F = mv^2 / R$, 重量 $W = mg$

軌距 $G = 1067mm$, $g = 9.8m/sec^2$

$$\text{平衡超高 } C (mm) = \frac{1067V^2}{127R} = 8.4 \frac{V^2}{R} = 0.0073V^2 D$$

◎ 理論最大超高度

鐵路車輛停在軌道上，當一軌逐漸增高(超高)車輛重心移向內軌。當超高度增大至使車輛將傾未傾前之狀態，此時車輛重心恰落在內軌上，此超高度稱之。

$$\tan \theta = \frac{G/2}{H} = \frac{C'}{G}$$

當台鐵車輛重心高度 $H = 1700mm$

$$\text{理論最大超高度 } C' (mm) = \frac{1067/2 * 1067}{1700} \approx 335mm$$

◎ 車輛傾倒之安全係數(f)

$$f = \frac{\text{理論最大超高度}}{\text{實際超高度}} = \frac{C'}{C} = \frac{G^2}{2CH}$$

$$\tan \theta = \frac{\chi}{H} = \frac{C}{G} , \quad \chi = \frac{CH}{G} = \frac{1}{f} \times \frac{G}{2}$$

χ = 停在曲線之車輛重心向內軌之偏移量

一般安全係數 $f=3$ ，台鐵實用最大超高度=105mm；停在曲線之車輛重心經過內軌與軌道中心線之三分點。

◎列車速率與傾倒安全率

$$\tan(\alpha - \theta) = \frac{\chi}{H} \quad , \quad \tan(\alpha - \theta) = \frac{\tan \alpha - \tan \theta}{1 + \tan \alpha \tan \theta}$$

$$\text{當 } V > V_0 \quad , \quad \chi = H \left(\frac{V^2 - V_0^2}{127R} \right) = \frac{G}{2f}$$

χ = 合力偏離軌道中心而向外軌側之距離

$$f = \frac{G}{2H} \left(\frac{127R}{V^2 - V_0^2} \right) = \frac{G}{2H} \left(\frac{1}{\frac{V^2}{127R} - \frac{C}{G}} \right)$$

$$V = \sqrt{127R \left(\frac{G}{2fH} + \frac{C}{G} \right)}$$

傾倒安全率須比靜止時略大，一般取 $f=4$ 。

◎超高不足量

$$C_d = C_v - C = 8.4 \frac{V^2 - V_0^2}{R}$$

$$\left(\frac{C_d}{G} \right) \approx \frac{\chi}{H} \quad , \quad \chi = \text{合力偏離軌道中心之距離, 不得大於 } 1/8G$$

$$C_d \leq \frac{G^2}{8H} \quad , \quad C_d \leq \frac{1067^2}{8(1700)} = 84\text{mm}$$

台鐵一般列車最大 $C_d=50\text{mm}$ ，電氣列車 $C_d=60\text{mm}$

◎超高修正

$$C = \frac{GV^2}{127R}, \quad G = 1067 + \text{公差} + \text{軌距加寬} + x_1 + x_2$$

$x_1 + x_2$ 為左右軌距線至車輪踏面中心之間距
較進步之軌道水準尺改量 θ 角, 則無需修正

◎曲線限速理論

$$V_1 \leq \sqrt{127R \left(\frac{G}{2fH} + \frac{C}{G} \right)}$$

(1) $f = 4, G = 1067\text{mm}, H = 1700\text{mm}, C = 105\text{mm}$

$$V_1 \leq 4.74\sqrt{R} \text{ (一般路線)}$$

(2) $f = 4, G = 1067\text{mm}, H = 1700\text{mm}, C = 0\text{mm}$

$$V_1 \leq 3.16\sqrt{R} \text{ (道岔附帶曲線)}$$

◎介曲線長度

$$L_1 \geq nC, \quad L_2 \geq aCV, \quad L_3 \geq a'C_dV$$

台鐵常用之常數 n, a, a' 值：

	特甲級及甲級線	乙級線	特殊路線
n	0.8	0.6	0.4
a	0.01	0.008	0.006
a'	0.009	0.009	0.007

(1) $L_1 \geq nC$

考慮車輛因三點支承問題

$$\frac{1}{n} = \frac{f}{\ell} = \frac{\text{最小上浮量} - \text{高低養護公差}}{\text{固定軸距}} = \frac{20 - 9}{4600} \approx \frac{1}{400}$$

(2) $L_2 \geq aCV$

台鐵規定單位時間超高增加量 $\leq 29, 35, 46 \text{ mm/sec}$

$$L_2 = 0.278V \left[\frac{C}{29}, \frac{C}{35}, \frac{C}{46} \right] \approx [0.01, 0.008, 0.006]CV$$

(3) $L_3 \geq a'C_dV$

台鐵規定離心加速度增加率 $\leq 0.03 \text{ g/sec}$

$$L_3 = 0.278V \frac{C_d g}{G (0.03g)} \approx 0.009C_d V$$

資料來源：黃民仁、陳世芳，「鐵路工程學」，文筆書局 1993。

制按半徑之公尺數表述，英尺制按半徑之英尺數表述。

4.2 超高度⁽²⁾ (cant)

1. 超高之必要性

如圖 4-5 所示，以線繫石，手拿線端，令石繞圈轉動至某一速度後，突然放手，則石飛出。這種使石子飛出的力 F 稱為離心力。

列車行駛於曲線上也和石子繞著圈子轉一樣，受到離心力的作用。見圖 4-6， W 表示車重， F 表示離心力， P 則為 W 和 F 的合力。不論速度如何，車重 W 值不變，但離心力 F 值却隨速度增高而增大，當 $F=0$ 時，合力 P 和 W 同，經過軌道中心，隨著速度增加， F 由 F_1 增至 F_2 ，再增至 F_3 ；合力也由 P_1 增大至 P_2 ，再增至 P_3 。當合力等於 P_2 時，載重全部由外軌支持；車輛、路線都易受損，養護費用增加，旅客則感到不舒服。合力大於 P_2 （如 P_3 ）時會產生傾覆力矩（如 P_3 ）導致車輛向外軌傾覆。欲改善這些缺點，可將外軌提高，使合力 P ，盡量趨近軌道中心線。此種外軌提高量即稱為超高度。

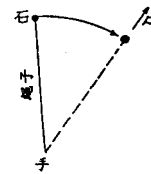


圖 4-5 離心力⁽²⁾

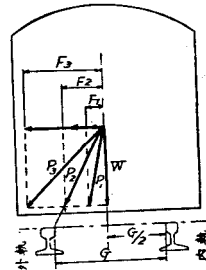


圖 4-6 車輛受離心力作用狀況⁽²⁾

因此，超高度之作用，在抵消曲線部份之離心力作用，以減低車輛及路線的養護費，防止車輛傾覆，並提高乘車之舒適感。

2. 超高理論

參考圖 4-7，路線加設超高度後，車輛隨之傾斜，但車重 W 仍然指向地心，離心力 F 背向曲線之圓心，而合力 P 則移向路線中心線。當超高度恰好抵消離心力時，合力 P 亦恰好經過路線中心線。

1) 超高度之設置方法

欲使車輛圓滑運動，可升高外軌至超高度之半值，另一半則以降低內軌之法行之。如此，車輛進出曲線，可維持不變的重心高度，避免車輛上下運動。瑞、澳、葡、日、法、荷、英、德等已漸採用此法，以適合高速化之要求。

但為簡化作業，避免路基高及道碴厚之繁雜變化，仍以將超高全部加於外軌者為

1. 超高度之設置方法

欲使車輛側滑運動，可昇高外軌至超高度之半值，另一半則以降低內軌之法行之。如此，車輛進出曲線，可維持不變的重心高度，避免車輛上下運動。瑞、澳、葡、日、法、荷、英、德等已漸採用此法，以適合高速化之要求。

但為簡化作業，避免路基高及道渣厚之繁雜變化，仍以將超高全部加於外軌者為

普遍，台灣目前亦採用此法。

2. 離心力公式：

由物理定理知：

$$F = m \frac{v^2}{R} \quad (4.1)$$

式中 F = 離心力 (g / sec^2)

m = 物體質量 (g)

v = 速度 (m / sec)

R = 曲線半徑 (m)

將上式分子分母各乘以重力加速度 g 得

$$F = \frac{mg v^2}{g R} = \frac{W v^2}{g R} \quad (4.2)$$

式中 W 為物體重量，單位為公克。

將速度單位換成 km/h ，而以 V 表示，重量 W 單位改成 kg ，且 $g = 9.8 m / \text{sec}^2$ 代入上式得常用之離心力公式如下：

$$F = \frac{W \left(V \times \frac{1000}{60 \times 60} \right)^2}{9.8 R} = \frac{W V^2}{127 R} \quad (4.3)$$

3. 超高計算 (平衡超高)

參考圖 4-8，當合力 P 經過路線中心線時，

$$\tan \theta = \frac{F}{W} = \frac{C}{G}$$

$$\therefore C = \frac{F \times G}{W}$$

$$\therefore F = \frac{W V^2}{127 R}$$

$$\therefore C = \frac{\frac{W V^2}{127 R} \times G}{W} = \frac{G V^2}{127 R}$$

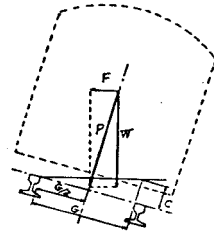


圖 4-7 超高理論⁽²⁾

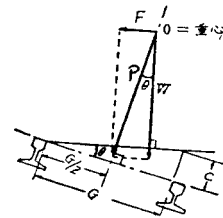


圖 4-8 平衡超高⁽²⁾

就 $G = 1067$ 言，

$$C = \frac{1067 V^2}{127 R} = 8.4 \times \frac{V^2}{R} \quad (4.4)$$

此 C 稱為平衡超高或設計超高。

3. 理論最大超高度

不設超高度時，停在軌道上的車輛正立，其重心經過軌道中心；當一軌逐漸昇高（超高度加大），車輛亦逐漸傾斜，重心移向內軌。超高度再增大而使重心移至內軌內側時，即造成車輛向內傾倒。圖 4-9 示車輛將傾未傾前之狀態，此時車輛重心恰落在內軌上。

$$\tan \theta = \frac{\frac{G}{2}}{H} = \frac{C'}{G}$$

當 $H = 1700 \text{ mm}$

$$C' = \frac{\frac{G}{2} \times G}{H} = \frac{1067}{2} \times \frac{1067}{1700} \approx 335 \text{ mm}$$

此 $C' = 335 \text{ mm}$ 即為車輛重心高度等於 1700 mm 時之理論最大超高度，超過此一高度，停在軌道上的車輛就會向內傾倒。

1) 車輛傾倒的安全係數

當車輛重心高度等於 1700 mm ，而超高度等於 335 mm 時，安全係數等於 1。即表示，只要超高度略大於 335 mm 或略受風力等橫壓力，車輛即可能傾倒，完全沒有安全餘裕。若超高度等於 $335/2 = 168 \text{ mm}$ 時，安全係數為 2；超高度等於 $335/3 = 112 \text{ mm}$ 時，安全係數等於 3……，以此類推。安全係數 f 定義為：

$$f = \frac{\text{理論最大超高度}}{\text{實際超高度}} \quad (4.5)$$

一般定實用最大超高度時，安全係數用 3，故實用最大超高度 C 為

$$52 \quad \frac{335}{3} = 112 \text{ mm} ,$$

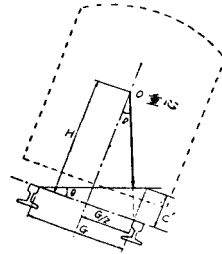


圖 4-9 理論最大超高⁽²⁾

考慮軌道不整及車輛彈簧之壓縮等因素，台鐵實用最大超高度取 105 mm。

2 車輛重心之方向

車輛停於曲線上時，由於超高度之影響，車輛稍為內傾，使車輛重心亦向內軌偏移，如圖 4-10，此等偏移量 X 之計算如下：

$$\tan \theta = \frac{X}{H} = \frac{C}{G}$$

$$\therefore X = \frac{C H}{G} \quad (4.6)$$

當 $C = 105 \text{ mm}$ ， $H = 1700 \text{ mm}$ ， $G = 1067 \text{ mm}$ 時

$$X = \frac{105 \times 1700}{1067} = 167 \text{ mm} \approx \frac{G}{6} = \frac{1}{3} \times \frac{G}{2}$$

也就是說：當安全係數為 3 時，停於曲線上的車輛，其重心方向經過內軌與軌道中心線之三分點，同理當安全係數為 f 時，

$$X = \frac{1}{f} \times \frac{G}{2} = \frac{G}{2f}$$

代入式 (4.6) 得

$$f = \frac{G^2}{2CH} \quad (4.7)$$

此式表示停車中，超高度為 C 時的安全係數值。

4. 列車速度與傾倒安全率

行駛中的車輛，其重量 W ，離心力 F 及兩者合力 P 之作用情形如圖 4-11 所示。設 P 力偏離軌道中心而向外軌側之距離以 X 表示，則

$$\tan (\alpha - \theta) = \frac{X}{H}$$

$$\therefore X = H \tan (\alpha - \theta)$$

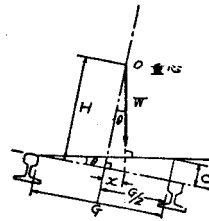


圖 4-10 超高造成的車輛重心偏移⁽²⁾

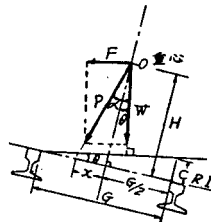


圖 4-11 列車速度與傾倒安全率⁽²⁾

$$\text{但 } \tan(\alpha - \theta) = \frac{\tan \alpha - \tan \theta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \theta}$$

當 α_1 及 θ 均為甚小之角度時， $\tan \alpha \cdot \tan \theta \approx 0$ ，

故

$$X \approx H (\tan \alpha - \tan \theta)$$

$$\text{又因 } \tan \alpha = \frac{F}{W} = \frac{V^2}{127 R}$$

$$\tan \theta = \frac{C}{G} = \frac{V_0^2}{127 R}$$

$$\therefore X = H \left(\frac{V^2}{127 R} - \frac{V_0^2}{127 R} \right) = H \left(\frac{V^2 - V_0^2}{127 R} \right)$$

式中 V 為實際列車速度； V_0 為平均速度，亦即設定超高度所根據的速度。

$$\text{以 } X = \frac{G}{2f} \text{ 代入上式得}$$

$$\frac{G}{2f} = H \left(\frac{V^2 - V_0^2}{127 R} \right)$$

$$\therefore f = \frac{G}{2H} \left(\frac{127 R}{V^2 - V_0^2} \right) \quad (4.8)$$

$$\text{或 } f = \frac{G}{2H} \left(\frac{1}{\frac{V^2}{127 R} - \frac{C}{G}} \right) \quad (4.9)$$

此種情況下，因考慮列車之動搖，衝擊等因素，傾倒安全率須比靜止時略大，一般取 $f = 4$ 。

從另外一個角度來看，

$$\frac{V^2 - V_0^2}{127 R} = \frac{G}{2fH}$$

$$\therefore V^2 - V_0^2 = \frac{127 R G}{2fH}$$

$$\therefore V^2 = \frac{127 R G}{2 f H} + V_0^2$$

$$V^2 = \frac{127 R G}{2 f H} + \frac{127 R C}{G}$$

$$\therefore V = \sqrt{127 R \left(\frac{G}{2 f H} + \frac{C}{G} \right)} \quad (4.10)$$

當 V 小於 V_0 ，即列車實際速度小於平均速度時

$$V = \sqrt{127 R \left(\frac{C}{G} - \frac{G}{2 f H} \right)} \quad (4.11)$$

或

$$f = \frac{G}{2H} \cdot \frac{1}{\left(\frac{C}{G} - \frac{V^2}{127 R} \right)} \quad (4.12)$$

5. 超高不足量

令依平均速度 V ，設定之實際超高為 C ；而依最高速度 V 算得之超高為 C_v ，

則超高不足量 C_d 為

$$C_d = C_v - C$$

$$\therefore C_v = 8.4 \frac{V^2}{R}$$

$$C = 8.4 \frac{V_0^2}{R}$$

$$\therefore C_d = 8.4 \frac{V^2 - V_0^2}{R} \quad (4.13)$$

此時合力方向偏離軌道中心的距離 λ 為

$$\frac{C_d}{G} = \frac{\lambda}{H}$$

$$\therefore \lambda = \frac{C_d \cdot H}{G} \quad (4.14)$$

式中 $G = \text{軌距}$

在窄軌鐵路，其 χ 值一般不得大於 $\frac{1}{8} G$ ，故

$$\frac{G}{8} \geq \frac{C_d \cdot H}{G}$$

$$\therefore C_d \leq \frac{G^2}{8H} \quad (4.15)$$

當 $H = 1700 \text{ mm}$ 時，

$$C_d \leq \frac{1067^2}{8 \times 1700} = 84 \text{ mm}$$

此為理論上容許之超高不足量。

再考慮橫風，車輛彈簧等之影響，及乘車舒適感等因素，實際超高不足量略小於此值。如台鐵規定一般列車之最大 C_d 為 50 mm ，而電氣列車者則為 60 mm 。

6. 超高修正

超高公式 $C = \frac{GV^2}{127R} = 8.4 \frac{V^2}{R}$ 中，令 $G = 1067 \text{ mm}$ 。實際上，在曲線上， $G =$

$1067 + (\text{公差}) + (\text{軌距加寬}) + \chi_1 + \chi_2$ ，如圖 4-12 所示。式中 $\chi_1 + \chi_2$ 為左右軌距線至車輪踏面中心之間距。其中公差之平均值趨近於 0，可以不計，但（軌距加寬 + $\chi_1 + \chi_2$ ）值必須考慮。以 $R = 400 \text{ m}$ ， $S = 10 \text{ mm}$ ， $V = 60 \text{ km/h}$ 之情況為例，若以 $G = 1067 \text{ mm}$ 計算，其 $C = 76 \text{ mm}$ 。但若以 $G = 1067 + 10 + 60 = 1137 \text{ mm}$ 計算，則 $C = 81 \text{ mm}$ ，相差達 5 mm 。情形如圖 4-13 所示。一般超高度表皆依 $G = 1067 \text{ mm}$ 計算，故以超高整木量度設定超高時，須注意修正。較進步的軌道水準尺，改量 θ 角，再自動換算成 $G = 1067 \text{ mm}$ 時的超高度，因此無需修正。

7. 列車平均速度計算法

列車平均速度之計算方法計有下列幾種

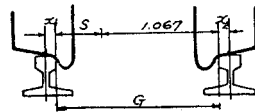


圖 4-12 修正超高採用的軌距⁽²⁾

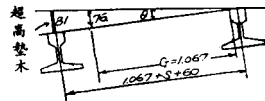


圖 4-13 超高修正值舉例⁽²⁾

8. 超高遞減

曲線上有超高，直線上沒有超高，由直線進入曲線，或曲線進入直線，須有一段超高漸變部份，以圓滑銜接直線與曲線，即稱為超高遞減。

台灣鐵路規定：超高度應與曲率（正矢）一致，作成曲線遞減，其中央部之超高最大坡度，不得超過下列限度。

$$(1) \frac{1}{400}, (2) \frac{1}{6V} \text{ (甲級線) 或 } \frac{1}{5V} \text{ (乙級線)}。$$

超高遞減長度規定如下：

- (1) 有介曲線時為介曲線之全長。
- (2) 無介曲線時，由圓曲線之起訖點起應大於超高度乘下列倍數之積：
 正線：甲級線 800 倍，乙級線 600 倍。
 側線：400 倍。
- (3) 半徑不一而方向相同之曲線（異徑同向之複曲線），其接續地點在半徑較大之曲線內，按其超高差 400 倍以上之長度遞減之。

此等超高遞減形狀如圖 4-14。

該 (d) 圖之最大坡度係預防由超高度遞減太快引起車輛之三點支承脫軌。三點支承脫軌原理在介曲線一節內詳述。

介曲線各部超高遞減尺寸計算法有下述二種：

1) 直線遞減

超高度若依直線變化，如圖 4-15 所示。距 TS 點 X 距離處之超高 C_x 為

$$C_x = C \cdot \frac{X}{L} \quad (4.26)$$

式中 C = 圓曲線的超高度

L = 介曲線長

例 介曲線長 $L = 85 \text{ m}$ ，超高度 $C = 77 \text{ mm}$ ，試求由 TS 每 5^m 各點之超高度

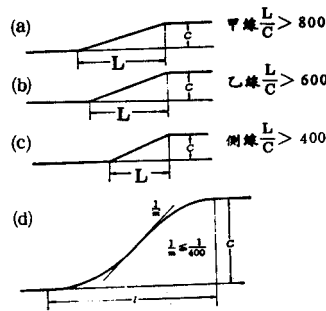


圖 4-14 超高度遞減坡度

4.3 曲線限速⁽¹⁾

曲線上之限制速度，一般雖以曲線半徑及超高度而定。但介曲線長如過短，為維持乘車舒適感亦須限速。決定曲線上限制速度時亦應考慮最大超高度、最大超高不足量、超高度之變化、超高度之時間性變化、超高不足量之時間性變化及超高過大對低速列車之影響等。

道岔間之橫渡線，因兩端有反向曲線，中間則夾短小直線，故一般均無超高度及介曲線。通過之項橫渡線之容許最高速度如表 4-1。法國之鐵路路線中心距離為 3.75 m，如通過 11.8 # 以下之橫渡線時，應較通過同一號數之單開道岔之速度減 10 km/h，如通過 33 # 及 20 # 之橫渡線則應減 20 km/h，路線中心距離 5 m 以上時，可照通過道岔之限制速度行駛。德國則於橫渡線前後插入曲線，而將路線中心距離擴大後規定為 $V \leq \sqrt{R}$ 。英國及日本東海道新幹線之規定則如表 4-1，即橫渡線中間之直線長 l 如較轉向架中心距離 L 為短時，因車輛之運動變化在 $l + L$ 間發生，故將此區間視為假想介曲線，依乘車舒適上可容許之超高不足量及其時間性變化量之限度而決定限制速度。

1. 曲線限速理論

令車輛向外傾倒的安全係數 f 為 4，列車容許最高速度可由 (4.10) 式求得：

$$V_1 \leq \sqrt{127 R \left(\frac{G}{2fH} + \frac{C}{G} \right)}$$

當 $G = 1067 \text{ mm}$ ， $H = 1700 \text{ mm}$ ， $C = 105 \text{ mm}$ 時，

$$V_1 \leq 4.74 \sqrt{R} \text{ (一般路線)}$$

當 $G = 1067 \text{ mm}$ ， $H = 1700 \text{ mm}$ ， $C = 0 \text{ mm}$ 時，

$$V_1 \leq 3.16 \sqrt{R} \text{ (道岔附帶曲線)}$$

} (4.28)

因台灣鐵路鑒於軌道之不等量沈陷、風壓、車輛彈簧之變動及其他料想不到之危險性難免存在，故曲線限速規定如下

一般曲線 $V_1 = 4.16 \sqrt{R}$ (機動車安全係數 3)

$$V_1 = 4.16 \sqrt{R} - 5 \text{ (一般列車安全係數 3.5)}$$

道岔附帶曲線 $V_1 = 2.75 \sqrt{R}$ (安全係數 5.5)

} (4.29)

式中 V_1 = 限制速度 (km/h)，

R = 曲線半徑 (m)

註：1. 容許誤差 3 km，

2. 以 5 km 為單位，不足 5 km 時，取較小之 5 倍數。

表 4-1 曲線限速⁽¹⁾

鐵路名	一般曲線	標準
亞爾及利亞	$V = \frac{R}{10} + 45$ V: km/h R: m	
奧國	$V = 4.33 \sqrt{R}$	$V = \sqrt{R}$
比利時	$V = 3.56 \sqrt{R}$	
西班牙	$V = 4.5 \sqrt{R}$	$V = \sqrt{R} - 5$
法國	$V = 5.3 \sqrt{R} - 5$ (理論值) $V = 4.9 \sqrt{R} - 5$ (實際值)	中心距離 3.75 時 33 號 100, 20 號 80, 11.8 號 60, 5 m 以上時 120+100+單位 km/h。
意大利	$V = 4.6 \sqrt{R}$	
葡萄牙	$V = 4 \sqrt{R}$	
瑞士	$V = 4.33 \sqrt{R} - 5$	
英國	$V = \sqrt{(7.5 + 0.064 C) R}$ C = mm	$V = 2.03 \sqrt{(L + 12.4) R}$ L: 岔心間之直線長 m
芬蘭	$V = 0.395 \sqrt{CR}$	
印度	$V = 4.3 \sqrt{R} - 68$	
日本 (新幹線)	$V = 4.5 \sqrt{R}$ $R \leq 2000$ m	$L \leq 19$ m, $V = 2.05 \sqrt{R(19+L)}$ $L > 19$ m, $V = 6.9 \sqrt{R}$
日本 (常軌線)	$V = 3.0 \sqrt{R} \sim 3.8 \sqrt{R}$	與兩側道岔上限制速度相同
瑞典	$V = \sqrt{\frac{CR}{8}}$ $V = \frac{1000 L}{8 C}$ L: 岔心間直線長 m	$L \geq \frac{V}{10}$, $V = 2.9 \sqrt{R}$ $L < \frac{V}{10}$, $V = 10 L$
美國 C & O	$V = 4.2 \sqrt{R}$	
Seaboard	$V = 4.3 \sqrt{R}$	
蘇俄	$V = \sqrt{(0.08 C + 13 P) R}$ P: 超過離心力加速度, 容許至 0.7 m/sec 爲止。	
中華民國 (台灣)	$V = 4.16 \sqrt{R} - 68$ $V = 4.17 \sqrt{R} - 68$	

4.4 軌距加寬⁽¹⁾ (slack)

1. 軌距加寬的必要性

鐵路車輛構造上平行剛結之車軸，稱爲固定軸，最外兩固定軸的間距稱固定軸距。通常車輛均有兩根以上車軸承受車架，該固定車軸二根以上在曲線上行駛時，欲圓滑通過，每根車軸皆須與軌道成直角，即與曲線半徑的方向相同。然車輛在結構上，至少有兩軸以上固定於車架，通過曲線時有一軸或兩軸不能與軌道成直角，使車輪對鋼軌保持某種角度進行。此情形下，車輪與鋼軌間發生壓力使軌距擴大、鋼軌及車輪外緣發生磨耗，甚至道釘被擠出，其結果增加列車行駛阻力，而使車輪旋轉困難，影響乘車舒適感或造成脫軌。因此鋪設曲線軌道時爲使車輪圓滑通過，依曲線半徑之大小，將軌距向圓心方面略予拓寬；該拓寬超過正常軌距之幅度，稱爲軌距加寬。

資料來源：黃民仁、陳世堃，「鐵路工程學」，文叢書局 1993。

介曲線長度

第四章 線形

1) 決定介曲線長度之要素：

- (1) 超高 C ，
- (2) 列車速度 V ，
- (3) 超高不足量 C_d 。

2) 介曲線長度公式：

介曲線長度取下列三式計算結果之最大值：

$$(1) L_1 = nC \dots\dots\dots (4.39)$$

$$(2) L_2 = aCV \dots\dots\dots (4.40)$$

$$(3) L_3 = a' C_d V \dots\dots\dots (4.41)$$

式中 n = 常數，其值依運轉保安情形決定，

a, a' = 常數，主要依乘車舒適感而定。

台鐵所採用之常數值如表 4.2 所示：

表 4.2 n, a, a' 值

	特甲級及甲級線	乙 級 線	現有路線因情形特殊時
n	0.8	0.6	0.4
a	0.01	0.008	0.006
a'	0.009	0.009	0.007

3) 介曲線長度公式導出法：

$$(1) L_1 = nC$$

此公式主要考慮車輛因三點支承而上浮出軌問題。參考圖 4-29，依規定車輛輪緣高度不得小於 25mm，但根據資料統計，車輛輪緣因三點支承而上浮出軌之

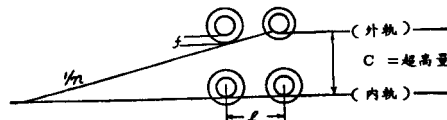


圖 4-29 車輛三點支承問題⁽²⁾

事件中，最小之上浮量只有 20 mm。故為防止此類事故，輪緣上浮量以不超過 20 mm 為原則。又路線之高低差公差最大可達 9 mm，因此實際上容許之輪緣上浮量為 $20 - 9 = 11$ mm。此值即為介曲線上，固定軸距間，前後兩輪處鋼軌面高度差之容許最大值。固定軸距 4600 mm 時，

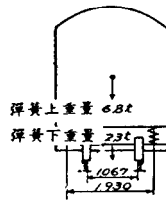
$$\frac{1}{n} = \frac{f}{l} = \frac{11}{4600} \approx \frac{1}{400}$$

此式表示，欲防止輪緣因三點支承而上浮出軌，介曲線長度至少應取為其圓曲線超高之 400 倍。為安全計，特甲級線及甲級線取 2 倍之安全率，乙級線取 1.5 倍之安全率。也就是說：特甲級線及甲級線上之介曲線長度應為其圓曲線超高之 $400 \times 2 = 800$ 倍，而乙級線則為 $400 \times 1.5 = 600$ 倍，只有現有路線受特殊限制時可用 400 倍，於是：

- 特甲級線及甲級線 $L_1 = 800 C (\text{mm}) = 0.8 C (\text{m}) \dots\dots\dots$
- 乙級線 $L_1 = 600 C (\text{mm}) = 0.6 C (\text{m}) \dots\dots\dots (4.42)$
- 特殊情形 $L_1 = 400 C (\text{mm}) = 0.4 C (\text{m}) \dots\dots\dots$

再就車輛彈簧構造來研究三點支承時輪緣之容許上浮量。參考圖 4-30，車箱重量經由彈簧傳至下面的車輪。彈簧隨承受荷重之增減而伸縮，彈簧（第六種基本彈簧）之每公噸撓度量 9.2 mm。

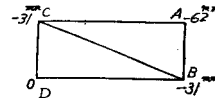
空車重量 9.1 噸（彈簧上重量 6.8 噸，彈簧下重量 2.3 噸）。圖 4-30 (b) 假定 A B C D 點為彈簧位置，各彈簧所承受之載重為 W。設三點支承結果使 A 點浮上時，D 點之彈簧則成將 A 點壓下之狀態，B C 點之載重必增大，故 AD 之載重為 $W - \Delta W$ ，B C 之載重為 $W + \Delta W$ 。



(a) 車輛重量分佈



(b) 假設彈簧位置



(c) 彈簧壓縮量

圖 4-30 車輛重量分佈⁽²⁾

如 A 點之彈簧充分伸長失去壓下力，同時 D 點之彈簧喪失頂上力時，B C 點之彈簧壓縮量為即為 $9.2 \times \frac{6.8}{2} = 31 \text{ mm}$ ，故 A 點之下沉量為 $31 \times 2 = 62 \text{ mm}$ 。

72 設彈簧中心間距為 1.93 公尺，車輪部份之下沉量則為 $62 \times \frac{1.067}{1.93} = 34 \text{ mm}$ 。

實際車輛運動中振動造成的彈簧伸縮量假定為 30% 時， $34 \times 0.7 = 24 \text{ mm}$ 即

為防止車輪三點支承浮上所必須限制之浮上量扣除軌道不整 9 mm，實際容許浮上量為 $24 - 9 = 15$ mm，約為固定軸距 4.6 m 的 300 倍，惟若再考慮實際彈簧狀態可能更差，為防止爬上型出軌，介曲線長度最小限度仍以超高度的 400 倍為宜。

(2) $L_2 = a CV$

車輛由直線進入介曲線後，其外軌之超高即隨曲率之增大而加高，加高之快慢與行車速度成比例，當行車速度快時，單位時間超高之加高量增大，但增大太快，旅客即感不舒適，所以單位時間的超高加高量必須適做限制。以台鐵為例，規定特甲級及甲級線不得超過每秒 29 公厘，乙級線不得超過每秒 35 公厘，特殊情形也不得超過每秒 46 公厘。所以當圓曲線之超高為 C 公厘時，車輛通過介曲線所須的時間分別為：

- 特甲級線及甲級線 $C/29$ 秒，
- 乙級線 $C/35$ 秒，
- 特殊情形時 $C/46$ 秒。

設最大車速為 V 公里/小時 = $\frac{V}{3.6}$ 公尺/秒，則介曲線之長分別需為：

特甲級線及甲級線 $L_2 = \left(\frac{V}{3.6}\right) \left(\frac{C}{29}\right) \cong 0.01 CV \dots\dots\dots$

乙級線 $L_2 = \left(\frac{V}{3.6}\right) \left(\frac{C}{35}\right) \cong 0.008 CV \dots\dots\dots (4.43)$

特殊情形時 $L_2 = \left(\frac{V}{3.6}\right) \left(\frac{C}{46}\right) \cong 0.006 CV \dots\dots\dots$

(3) $L_3 = a' C_a V$

一般超高依平均速度設置，較平均速度快速之列車經過時，即有超高不足現象。參考圖 4-31。

- 令 C = 依平均速度設置之超高，
- C_a = 超高不足量。
- F = 相對於 C 的均衡速度下的離心加速度，
- F_1 = 最高速度時的離心加速度，
- F_2 = 相對於 C_a 的離心加速度（超離心加速度），

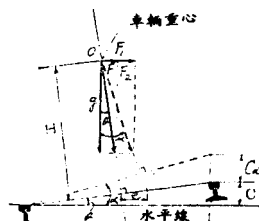


圖 4-31 超高不足⁽²⁾

e = 由於 C_d 導致重心與離心力合力之偏移量。

H = 車輛之重心高度，

g = 重力加速度 = 9.8 m/sec^2 。

列車以最高速度行駛時，平衡其離心力所需之超高為 $C + C_d$ 。於介曲線之入口處 C 及 C_d 皆為 0，進入介曲線後 C 及 C_d 均逐漸加大。離開介曲線進入圓曲線後， C 及 C_d 皆達最高值而呈穩定。在此過程中相當於 C_d 之離心加速度 F_2 亦由 0 逐漸增至最大值。 C_d 與 F_2 的關係可依下法求得：

$$\tan \theta = \frac{C}{G} = \frac{F}{g}$$

$$\therefore F = \frac{C}{G} \times g \dots\dots\dots (4.44)$$

$$\tan \alpha = \frac{C + C_d}{G} = \frac{F_1}{g}$$

$$\therefore F_1 = \frac{C + C_d}{G} \times g \dots\dots\dots (4.45)$$

$$\therefore F_2 = F_1 - F \dots\dots\dots (4.46)$$

將 (4.44) (4.45) 代入 (4.46) 得

$$F_2 = \frac{C + C_d}{G} \times g - \frac{C}{G} \times g = \frac{C_d}{G} \times g \dots\dots\dots (4.47)$$

此 F_2 稱為超離心加速度，有使車輛向外傾之趨勢。車輛由直線經過介曲線到圓曲線時， F_2 值由 0 逐漸增大。

若 F_2 之變化率太快，乘客即感不舒適，故有加以限制之必要；一般令其變化率不大於每秒 0.03 g 。

$\therefore L_s =$ 列車速度 \times 列車在介曲線上的行駛時間

14

$$= v^{\text{m/sec}} \times \frac{C_d \times g}{G \times 0.03 \text{ g}}$$

$$= \frac{v^{\text{km/h}}}{3.6} \times \frac{C_d \times g}{G \times 0.03 \text{ g}} \doteq 0.009 C_d v$$

台鐵對介曲線長度規定如下：

正線上直線與曲線之間，除道岔外，應以介曲線連接之。介曲線長度，應按下列三種方式計算而採用其最大值。

特甲級線及甲級線： $L_1 = 0.8 C$ ， $L_2 = 0.010 CV$ ， $L_3 = 0.009 C_d V$

乙級線： $L_1 = 0.6 C$ ， $L_2 = 0.008 CV$ ， $L_3 = 0.009 C_d V$

上式中 L_1 ， L_2 ， L_3 為介曲線長度(M)， C 為按平均速度設定之超高度(mm)， C_d 為最高速度時之超高不足量(mm)(即不平衡超高)， V 為最高速度(km/h)， $C_d = C_v - C$ ， C_v 為最高速度時之超高度。凡新設或改良路線時，應預測將來運轉需要，決定上述 C ， C_d 及 V 之數值；但養護已設路線時，在不得已之情形下，無論甲乙級線，得採用下列 L_1 ， L_2 ， L_3 中最大值者以上之數值。 $L_1 \geq 0.4 C$ ， $L_2 \geq 0.006 CV$ ， $L_3 \geq 0.007 C_d V$ 。

正線上反曲線間(道岔除外)應於介曲線之外，插入20公尺以上之直線，如限於地形不能達到上項規定長度時，應不用直線，而將兩曲線，用曲線遞減法直接連接為連續介曲線。其兩曲線之相對鋼軌面亦應保持所需超高，與曲線(正矢)一致，用連續之曲線連接。

新設或改良路線時，此項連續介曲線之長度，應為兩曲線所需介曲線長度之和以上。

正線上同向曲線間(道岔除外)亦應於介曲線之外插入20公尺以上之直線，如限於地形不能達到上項規定時，應改用複曲線，複曲線間應插入介曲線，但超高及超高不足量應為兩曲線超高不足量之差。側線上之兩曲線間(不論反向同向)均需插入不加超高度之直線至少五公尺以上。

例甲級線 $R = 800 \text{ m}$ ， $V = 105 \text{ km/h}$ ， $C = 83 \text{ mm}$ 則均衡超高度為

$$C + C_d = \frac{8.4 V^2}{R} = \frac{8.4 \times 105 \times 105}{800} = 116 \text{ mm}$$

$$\text{超高不足量 } C_d = 116 - 83 = 33 \text{ mm}$$

$$L_1 = 0.8 C = 0.8 \times 83 = 66.4 \text{ m}$$

$$L_2 = 0.010 CV = 0.01 \times 83 \times 105 = 87.15 \rightarrow 90 \text{ m}$$

$$L_3 = 0.009 C_d V = 0.009 \times 33 \times 105 = 31.19 \text{ m}$$

採用 L_1 ， L_2 ， L_3 式中之最大值，則 $L = 90 \text{ m}$

例乙級線，反向介曲線

$$R_1 = 400 \text{ m}，R_2 = 300 \text{ m}，V = 65 \text{ km/h}，C_1 = 63 \text{ mm}，C_2 = 84 \text{ mm}$$