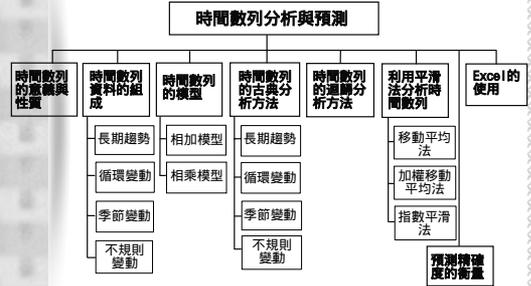


18 時間數列分析與預測

學習目的

1. 了解時間數列的意義與性質；了解時間數列資料與橫斷面資料的差異。
2. 了解影響時間數列資料的四個因素。
3. 了解時間數列的古典分析法。
4. 了解時間數列的迴歸分析法。
5. 了解如何利用平滑法分析時間數列。
6. 了解如何利用時間數列來做預測。
7. 利用Excel 來做時間數列分析。

本章結構

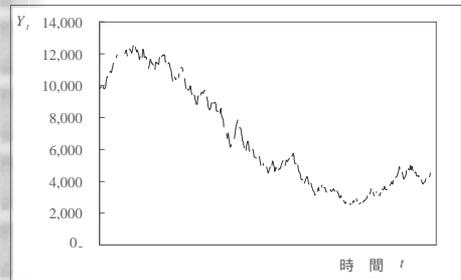


時間數列的意義

○ 時間數列的意義

時間數列是依事件或資料發生的先後次序依序排列的一群統計數據。

圖 18.1 時間數列資料



時間數列的性質

○ 時間數列的性質

- ① 時間數列中的觀察值是由長期趨勢，循環變動，季節變動及不規則變動所組成。
- ② 時間數列的各個觀察值通常互有關聯，唯時間相隔越長，關聯性越小。
- ③ 不同時間單位的時間數列因分析上的需要，可以轉換成相同時間單位的時間數列。
- ④ 時間數列應依先後次序排列，不可任意變更。
- ⑤ 時間數列的時間單位可以是年、季、月、週、日等。時間數列的觀察值可劃分為相等間隔的時間單位，若非相等間隔，時間數列在處理上較困難。

時間數列資料的組成

○ 長期趨勢

時間數列資料在長期間呈現上升或下降的持續變動的現象稱為長期趨勢。

○ 循環變動

年資料的時間數列資料環繞著趨勢線的上下波動的情形稱為循環變動。

○ 季節變動

一年內的時間數列資料依週、月或季呈現規則性的連續重複的變動稱為季節變動。

○ 不規則變動

時間數列資料隨機的變動稱為不規則變動。

圖18.2 時間數列的長期趨勢

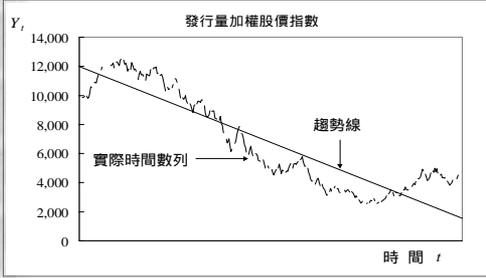


圖18.3 長期趨勢的幾個可能形態

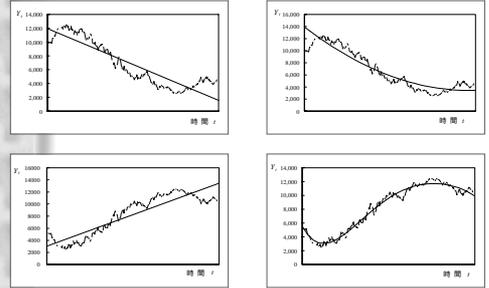


圖18.4 時間數列循環變動

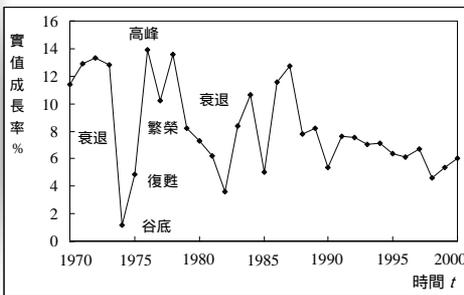
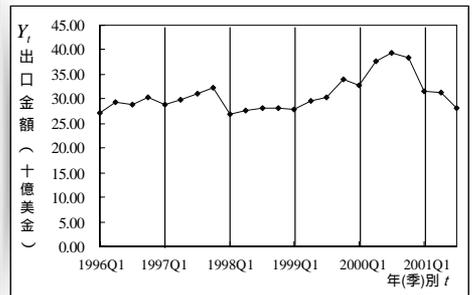


圖18.5 時間數列的季節變動 百萬元



資料來源：國民經濟動向統計季報。

時間數列的模型

○ 相加模型

$$Y = T + S + C + I$$

模型中：Y表示t期的時間數列值，T, S, C, I分別表示四個組成份子：T為長期趨勢，S為季節變動，C為循環變動，I為不規則變動。

○ 相乘模型

$$Y = T \cdot C \cdot S \cdot I$$

模型中T以原始單位來表示，S, C, I則以百分比來表示。

時間數列的古典分析方法

○ 長期趨勢的簡單直線迴歸模型

$$Y_t = \alpha + \beta t + \epsilon_t$$

其中：Y_t為時間數列值，t代表時間，t=1表示時間數列的第1個觀察值，t=2表示時間數列的第2個觀察值，其他依序類推。ε_t為殘差項，滿足迴歸方程式的假設條件。

○ 循環變動及不規則變動

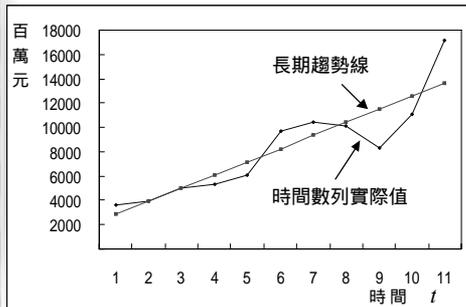
$$C_t \cdot I_t = \frac{Y_t}{T_t}$$

表18.2 最小平方法的計算過程

年	營業收入 Y_t	$(Y_t - \bar{Y})$	t	$(t - \bar{t})$	$(t - \bar{t})^2$	$(Y_t - \bar{Y})(t - \bar{t})$
1990	3645700	-4603671	1	-5	25	23018357
1991	3964071	-4285300	2	-4	16	17141202
1992	5054345	-3195026	3	-3	9	9585079
1993	5320881	-2928490	4	-2	4	5856981
1994	6057770	-2191601	5	-1	1	2191601
1995	9675809	1426437	6	0	0	0
1996	10445109	2195737	7	1	1	2195737
1997	10097880	1848508	8	2	4	3697017
1998	8339659	90287	9	3	9	270863
1999	11033125	2783753	10	4	16	11135014
2000	17108737	8859365	11	5	25	44296828
總和	90743086		66	110	119388680	
平均數	8249371		6	10	10853516	

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002

圖18.6 精英電子營業收入的長期趨勢



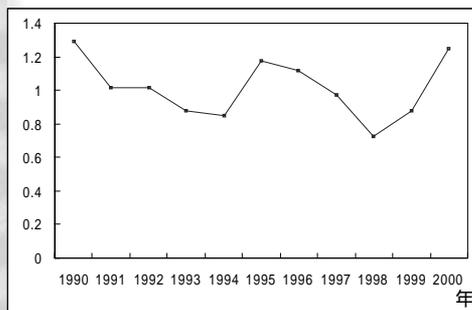
林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002

表18.5 循環-不規則變動的計算過程

	A	B	C	D	E
1	年度	時間序列	營業收入	長期趨勢	循環-不規則變動
2		t	Y_t	\hat{Y}_t	$Y_t/\hat{Y}_t = (C_t \cdot I_t)$
3	1990	1	3645700	2822613	1.291694498
4	1991	2	3964071	3907965	1.014356856
5	1992	3	5054345	4993317	1.012222028
6	1993	4	5320881	6078668	0.875336643
7	1994	5	6057770	7164020	0.845582553
8	1995	6	9675809	8249371	1.172914695
9	1996	7	10445109	9334723	1.118952207
10	1997	8	10097880	10420075	0.969079423
11	1998	9	8339659	11505426	0.724845715
12	1999	10	11033125	12590778	0.876286199
13	2000	11	17108737	13676130	1.250992602

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002

圖18.7 循環-不規則因子的變化圖



林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002

時間數列的古典分析方法

○ 分析季節變動的步驟

- ① 計算 K 期移動總和
- ② 計算 K 期移動平均值
- ③ 求算中央移動平均數
- ④ 求季節及不規則成份
- ⑤ 求季節因子
- ⑥ 計算季節指數
- ⑦ 求消除季節因素後的新數列
- ⑧ 求消除季節因素後的長期趨勢
- ⑨ 做預測

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 1999

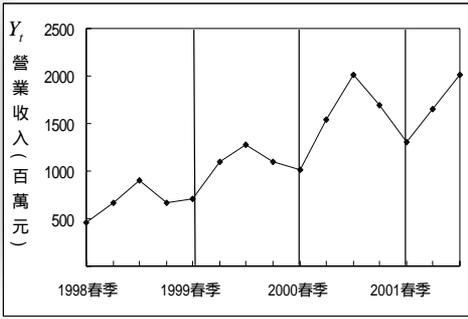
表18.8 凌陽科技營業收入季資料

年別	季 節			
	春季	夏季	秋季	冬季
1998	456,699	668,900	909,324	672,738
1999	706,597	1,095,486	1,275,736	1,093,466
2000	1,017,878	1,544,243	2,019,100	1,692,441
2001	1,307,122	1,649,457	2,007,938	

單位：新台幣千元。資料來源：股市總覽，財訊理財顧問（股）公司。

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002

圖 18.8 凌陽科技季營業收入



林惠玲 陳正倉著 營業管理學 2002

表 18.9 凌陽科技營業收入的季節分析

年	季	營業收入	四季總和	四季MA	中央MA	季節與不規則成份
1998	春	456,699				
	夏	668,900				
	秋	909,324	2,707,661	676,915	708,153	1.284
	冬	672,738	2,957,559	739,390	792,713	0.849
1999	春	706,597	3,384,145	846,036	891,838	0.792
	夏	1,095,486	3,750,557	937,639	990,230	1.106
	秋	1,275,736	4,171,285	1,042,821	1,081,731	1.179
	冬	1,093,466	4,482,566	1,120,642	1,176,736	0.929
			4,931,323	1,232,831		

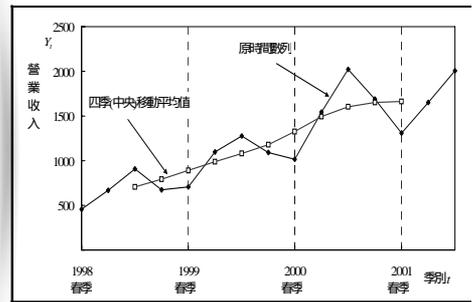
林惠玲 陳正倉著 營業管理學 2002

表 18.9 凌陽科技營業收入的季節分析 (續)

年	季	營業收入	四季總和	四季MA	中央MA	季節與不規則成份
2000	春	1,017,878			1,325,751	0.768
	夏	1,544,243	5,674,687	1,418,672	1,493,544	1.034
	秋	2,019,100	6,273,662	1,568,416	1,604,571	1.258
	冬	1,692,441	6,562,906	1,640,727	1,653,878	1.023
2001	春	1,307,122	6,668,120	1,667,030	1,665,635	0.785
	夏	1,649,457	6,656,958	1,664,240		
	秋	2,007,938				

林惠玲 陳正倉著 營業管理學 2002

圖 18.9 四期移動平均



林惠玲 陳正倉著 營業管理學 2002

表 18.11 凌陽科技營業收入的季節指數

年度	季節與不規則因子				
	春	夏	秋	冬	
季節因子	0.782	1.070	1.240	0.934	4.026
季節指數	0.777	1.063	1.232	0.928	4.000

林惠玲 陳正倉著 營業管理學 2002

表 18.13 普通最小平方法計算表

年	時間數列 t	Y_t	$(t-\bar{t})$	$(t-\bar{t})^2$	$(Y_t - \bar{Y})$	$(t-\bar{t})(Y_t - \bar{Y})$
1998春季	1	588,112	-7	49	-606,950	4,248,650
	2	629,141	-6	36	-565,921	3,395,526
	3	738,088	-5	25	-456,974	2,284,870
	4	725,173	-4	16	-469,889	1,879,556
1999春季	5	909,917	-3	9	-285,145	855,435
	6	1,030,372	-2	4	-164,690	329,380
	7	1,035,500	-1	1	-159,562	159,562
	8	1,178,694	0	0	-16,368	0
2000春季	9	1,310,768	1	1	115,706	115,706
	10	1,452,455	2	4	257,393	514,786
	11	1,638,880	3	9	443,818	1,331,454
	12	1,824,355	4	16	629,293	2,517,172
2001春季	13	1,683,240	5	25	488,178	2,440,890
	14	1,551,415	6	36	356,353	2,138,118
	15	1,629,820	7	49	434,758	3,043,306
合計	120	17,925,930		280		25,254,411

林惠玲 陳正倉著 營業管理學 2002

圖18.10 消除季節因素後的營業收入

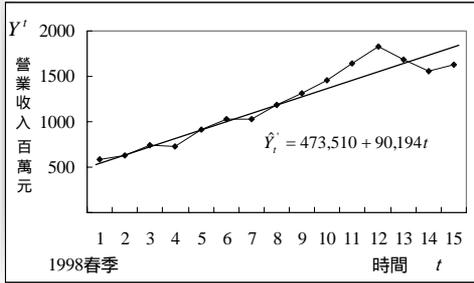


表18.14 2002年營業收入預測 單位:千元

	趨勢值	季節指數	預測值
春	2,006,808	0.777	1,559,290
夏	2,097,002	1.063	2,229,113
秋	2,187,196	1.232	2,694,625
冬	2,277,390	0.928	2,113,418

利用平滑法分析時間數列

○ 移動平均法

移動平均法是將最近的 K 期的時間數列資料加以平均，而將所得到的平均值用來預測下一期的時間數列值。

○ 預測誤差

$$MSE = \frac{1}{n^0} \sum_{t=1}^{n^0} (Y_t - \hat{Y}_t)^2$$

其中： Y_t ：真實觀察值， \hat{Y}_t ：預測值， n^0 ：預測的期數。

表18.18 永馨房屋仲介三週移動平均預測值

週	Y_t (時間數列值)	\hat{Y}_t (移動平均預測值)	預測誤差 $Y_t - \hat{Y}_t$	預測誤差平方 $(Y_t - \hat{Y}_t)^2$
1	63			
2	81			
3	72			
4	63	72	-9	81
5	54	72	-18	324
6	72	63	9	81
7	87	63	24	576
8	84	71	13	169
9	60	81	-21	441
10	48	77	-29	841
11	60	64	-4	16
12	66	56	10	100
13		58		$\Sigma=2,629$

圖18.12 移動平均

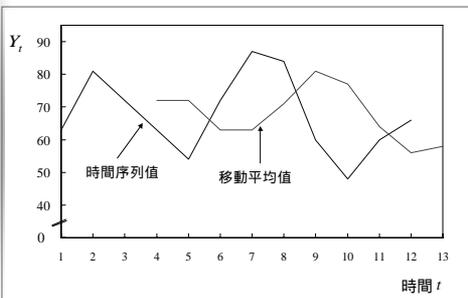


表18.19 永馨房屋仲介三週移動平均預測值

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	銷售額	移動平均	預測值	預測誤差	預測誤差平方					
2	63									
3	81									
4	72	72								
5	63	72	72	-9	81					
6	54	63	72	-18	324					
7	72	63	63	9	81					
8	87	71	63	24	576					
9	84	81	71	13	169					
10	60	77	81	-21	441					
11	48	64	77	-29	841					
12	60	56	64	-4	16					
13	66	58	58	10	100					
14			58		2529					

表18.20 三週加權移動平均預測值

t	Y_t	預測值 WMA_t	預測誤差 $Y_t - WMA$	預測誤差平方 $(Y_t - WMA)^2$
1	63			
2	81			
3	72			
4	63	73.5	-10.5	110.25
5	54	69	-15	225
6	72	60	12	144
7	87	64.5	22.5	506.25
8	84	76.5	7.5	56.25
9	60	83	-23	529
10	48	72.5	-24.5	600.25
11	60	58	2	4
12	66	56	10	100
13		61		$\Sigma = 2,275$

利用平滑法分析時間數列

○ 指數平滑法

指數平滑法是利用過去的時間數列的加權平均值以平滑資料的方法，並利用該加權平均值做為下一期的預測值。

○ 指數平滑預測值

$$F_{t+1} = \alpha Y_t + (1 - \alpha) F_t$$

式中： F_{t+1} ： $t+1$ 期(下一期)的預測值， Y_t ： t 期(當期)的實際觀察值， F_t ： t 期的預測值， α ：平滑指數($0 \leq \alpha \leq 1$)或權數。

亦可寫為：

$$F_{t+1} = \alpha Y_t + (1 - \alpha) F_t = \alpha Y_t + F_t - \alpha F_t = F_t + \alpha(Y_t - F_t) = \text{第}t\text{期預測值} + \text{第}t\text{期預測誤差}$$

表18.21 指數平滑法的預測值

t	Y_t	指數平滑預測值 F_t	預測誤差 $Y_t - F_t$	預測誤差平方和 $(Y_t - F_t)^2$
1	63			
2	81	63	18	324
3	72	66.6	5.4	29.16
4	63	67.68	-4.68	21.9
5	54	66.74	-12.74	163.31
6	72	64.19	7.81	61
7	87	65.75	21.25	451.56
8	84	70	14	196
9	60	72.8	-12.8	163.84
10	48	70.24	-22.24	494.62
11	60	65.79	-5.79	33.52
12	66	64.63	1.37	1.88
13		64.9		$\Sigma = 1,940.79$

表18.22 永馨房屋仲介量指數平滑法的預測值

週	售屋量 (單位)	移動平均法 (預測值)	預測誤差	預測誤差 平方
1	63			
2	81	63	18	324
3	72	66.6	5.4	29.16
4	63	67.68	-4.68	21.9024
5	54	66.744	-12.744	162.4095
6	72	64.1922	7.8078	61.3611
7	87	65.7536	21.2464	451.3807
8	84	70.00928	13.99072	195.7392
9	60	72.8039424	-12.80394	163.9409
10	48	70.241538	-22.24153	494.7979
11	60	65.7945231	-5.79452	33.5765
12	66	64.63185	1.36815	1.8717
13		64.908496		1939.656

