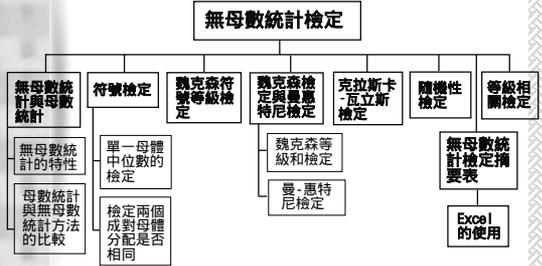


17 無母數統計檢定

學習目的

1. 了解無母數統計方法與母數統計方法的特性與其差異。了解及比較無母數統計與母數統計的適用條件及其相對有效性。
2. 學習符號檢定(中位數檢定及成對母體分配)及其在大樣本與小樣本下的檢定。
3. 了解符號等級檢定的意義與方法。
4. 了解魏克森與曼-惠特尼檢定的意義與方法。
5. 了解K-W檢定的意義及方法。
6. 學習等級相關檢定的意義及方法。
7. 了解無母數統計在經濟及企業管理方面的應用。
8. 學習Excel 在無母數統計分析的應用。

本章結構



無母數統計的意義與特性

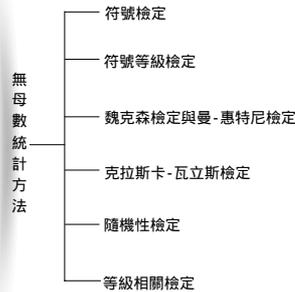
○ 意義

母體分配不是常態分配或母體分配不知道，或樣本為小樣本的情況下，的統計推論方法，稱為無母數統計學。

○ 特性

- ①無母數統計方法特別適用於質的資料。
- ②無母數統計方法的假設較少。
- ③推論(檢定)的對象不限於任何母數

無母數統計方法



符號檢定

○ 意義

符號檢定用來檢定單一母體的中央趨勢為某一水準或成對母體的分配(或中位數)是否相同的檢定方法。

符號檢定: 單一母體中位數的檢定(小樣本)

○ 符號檢定統計量

S : 出現正號的個數，它是一個二項分配。

○ 決策法則(小樣本)

兩尾檢定

①若 $S_L \leq S \leq S_U$ ，則接受 H_0 。

②若 $S < S_L$ 或 $S > S_U$ ，則拒絕 H_0 。

其中 S 為檢定統計量， S_L 為左尾臨界值， S_U 為右尾臨界值。

左尾檢定

若 $S < S_L'$ ，則拒絕 H_0 。

S_L' 為單尾時左尾的臨界值， S_U' 為單尾時右尾的臨界值。

右尾檢定

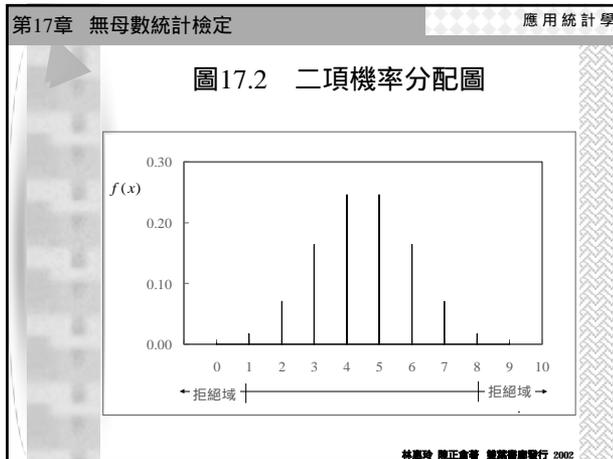
若 $S > S_U'$ ，則拒絕 H_0 。

第17章 無母數統計檢定 應用統計學

表17.2 喬光貿易職員的薪資符號檢定

工人	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
薪資(萬元)	1.5	1.8	2.3	2.5	3.2	4.8	5.0	5.2	5.8	6.0
符號	-	-	-	0	+	+	+	+	+	+

林惠玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2002



第17章 無母數統計檢定 應用統計學

符號檢定: 單一母體中位數的檢定(小樣本)

P 值法的決策法則

①兩尾檢定: $\begin{cases} P\text{值} = 2 \times P(S \geq S_0 | n, p = 0.5) \text{ 若 } S_0 \geq n/2 \\ P\text{值} = 2 \times P(S \leq S_0 | n, p = 0.5) \text{ 若 } S_0 < n/2 \end{cases}$

其中 S_0 為檢定統計量的觀察值。

②左尾檢定: $P\text{值} = P(S \leq S_0 | n, p = 0.5)$

③右尾檢定: $P\text{值} = P(S \geq S_0 | n, p = 0.5)$

林惠玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2002

第17章 無母數統計檢定 應用統計學

符號檢定: 單一母體中位數的檢定(大樣本)

○ 檢定統計量

$$Z = \frac{S - E(S)}{\sqrt{V(S)}} = \frac{S - 0.5n}{0.5\sqrt{n}}$$

林惠玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2002

第17章 無母數統計檢定 應用統計學

符號檢定: 檢定兩個成對母體分配是否相同

令 (X_1, X_2) 為成對觀察值, 樣本成對差為:

$$D = X_1 - X_2$$

令剔除0後的成對差的數目為 n , 若兩母體分配相同則 D 的正號次數與負號次數應相等。若不相等則表示兩母體分配不相同。

林惠玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2002

第17章 無母數統計檢定 應用統計學

表17.4 兩種輪胎的檢定

汽車	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
輻射輪胎	8.4	9.4	12.2	14.0	13.4	9.0	11.4	12.0	14.0	10.0	12	10.4	11.4	13.8
一般輪胎	8.2	9.8	12.4	13.8	13.6	8.8	11.4	11.6	13.8	9.8	12	9.8	10.6	13.0
	+	-	-	+	-	+	0	+	+	+	0	+	+	+

資料來源: 虛擬。

林惠玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2002

第17章 無母數統計檢定 應用統計學

魏克森符號等級檢定(小樣本)

- 符號等級檢定
符號等級檢定不僅考慮差值的正負符號，同時考慮差值大小的等級的檢定方法。
- 符號等級檢定統計量(小樣本)
 R^+ 或 R^- : R^+ 為正的 D 值的等級和， R^- 為負的 D 值的等級和。
- 決策法則
 - ① 雙尾檢定
當 $R \leq R_{\alpha/2}$ 時，則拒絕 H_0 ，否則接受 H_0 。 $R_{\alpha/2}$ 為臨界值。
 - ② 單尾檢定
當 $R \leq R_{\alpha}$ 時，則拒絕 H_0 ，否則接受 H_0 。 R_{α} 為臨界值。

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002

第17章 無母數統計檢定 應用統計學

魏克森符號等級檢定(大樣本)

- 符號等級檢定統計量(大樣本 $n \geq 30$)
$$Z = \frac{R - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}$$
- 決策法則
 - ① 雙尾檢定
 $Z < -Z_{\alpha/2}$ 時拒絕 H_0 ， $Z \geq -Z_{\alpha/2}$ 則接受 H_0 。
 - ② 單尾檢定
 $Z < -Z_{\alpha}$ 時拒絕 H_0 ， $Z \geq -Z_{\alpha}$ 則接受 H_0 。

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002

第17章 無母數統計檢定 應用統計學

表17.5 喬光貿易職員的薪資等級符號檢定

工人	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
薪資(萬元)	1.5	1.8	2.3	2.5	3.2	4.8	5.0	5.2	5.8	6.0
D	-1	-0.7	-0.2	0	+0.7	+2.3	+2.5	+2.7	+3.3	+3.5
$ D $	1	0.7	0.2	0	0.7	2.3	2.5	2.7	3.3	3.5
等級	4	2.5	1		2.5	5	6	7	8	9
正號等級					2.5	5	6	7	8	9
負號等級	4	2.5	1							

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002

第17章 無母數統計檢定 應用統計學

魏克森檢定與曼-惠特尼檢定

- 等級和檢定或M-W檢定
魏克森等級和與M-W的 U 檢定都是用來檢定兩獨立母體分配是否相同的檢定方法，特別適用於兩獨立母體分配未知、小樣本的情況。

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002

第17章 無母數統計檢定 應用統計學

魏克森等級和檢定

- 魏克森檢定統計量
 W : 為小樣本的等級和(如樣本大小相同，則 W 為其中任何一個)。
- 決策法則
 - ① 雙尾檢定
 $W < W_L$ 或 $W > W_U$ 時拒絕 H_0 。否則接受 H_0 。
 - ② 單尾檢定
母體1分配在母體2的右邊， $W_1 > W_U$ 時拒絕 H_0 。否則接受 H_0 。
母體1分配在母體2的左邊， $W_1 < W_L$ 時拒絕 H_0 。否則接受 H_0 。
母體1為小樣本的母體。

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002

第17章 無母數統計檢定 應用統計學

表17.7 汽車滿意度的調查

車主	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Benz	17.7	19.0	17.5	19.5	17.9	19.6	17.7	19.2	21	
等級	8	11	5.5	16	10	17	2	13	18	
BMW	17.5	17.4	17.2	22.0	19.1	19.4	17.3	17.6	17.8	19.3
等級	5.5	1	3	19	12	15	4	7	9	14

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002

第17章 無母數統計檢定 應用統計學

曼-惠特尼檢定 (小樣本)

○ 曼-惠特尼檢定統計量(小樣本)

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - W_1 \quad U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - W_2$$

W_1 為樣本1的等級和, W_2 為樣本2的等級和。

○ 決策法則

雙尾檢定: p 值 $< \alpha/2$, 則拒絕 H_0 , 否則接受 H_0 。
 單尾檢定: p 值 $< \alpha$, 則拒絕 H_0 , 否則接受 H_0 。

林惠玲 陳正倉等 雙葉書局發行 1999

第17章 無母數統計檢定 應用統計學

表17.8 兩班學生的成績等級順序

應試人員	A	等級	B	等級
	28	3	33	7
	31	6	29	4
	27	2	35	8
	25	1	30	5
	$W_A = 12$		$W_B = 24$	

林惠玲 陳正倉等 雙葉書局發行 2002

第17章 無母數統計檢定 應用統計學

曼-惠特尼檢定 (大樣本)

○ 曼-惠特尼檢定統計量(大樣本)

$$Z = \frac{U - E(U)}{\sqrt{V(U)}}$$

○ 決策規則

① 雙尾檢定
 當 $Z < -Z_{\alpha/2}$ 時, 拒絕 H_0 , $Z \geq -Z_{\alpha/2}$ 時, 接受 H_0 。
 ② 單尾檢定
 當 $Z < -Z_{\alpha}$ 時, 拒絕 H_0 , $Z \geq -Z_{\alpha}$ 時, 接受 H_0 。

林惠玲 陳正倉等 雙葉書局發行 1999

第17章 無母數統計檢定 應用統計學

表17.11 兩個乾燥設備的乾燥時間

設備 A	A 的等級	設備 B	B 的等級
28	4.5	33	12.5
31	10	29	6.5
27	2.5	35	15.5
25	1	30	8.5
29	6.5	38	19
35	15.5	28	4.5
39	20	30	8.5
33	12.5	34	14
32	11	41	22
43	24	42	23
37	18	44	25
36	17		
40	21		
27	2.5		
$n_1 = 14$	$W_A = 166$	$n_2 = 11$	$W_B = 159$

林惠玲 陳正倉等 雙葉書局發行 2002

第17章 無母數統計檢定 應用統計學

克拉斯卡-瓦立斯檢定(K-W檢定)

○ K-W檢定

用來檢定三個或三個以上獨立母體分配是否相同的檢定方法, 此種檢定方法不必對母體做常態分配或變異數相等的假設。

○ K-W檢定統計量

$$K = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{i=1}^c \frac{R_i^2}{n_i} - 3(n+1)$$

式中: n : 總樣本數, c : 樣本組數, n_i : 第 i 組樣本數, $i=1, \dots, c$, R_i : 第 i 組樣本之等級和。

○ 決策法則

若 $K > \chi_{c-1, \alpha}^2$, 則拒絕 H_0 ; 若 $K \leq \chi_{c-1, \alpha}^2$, 則接受 H_0 。

林惠玲 陳正倉等 雙葉書局發行 2002

第17章 無母數統計檢定 應用統計學

表17.12 三種廠商的R&D支出的觀察值

大規模廠商		中規模廠商		小規模廠商	
研究人員使 用經費	等級	研究人員使 用經費	等級	研究人員使 用經費	等級
580	13	402	4	301	2
631	14	453	9	518	12
651	15	441	7	415	5
1255	19	430	6	315	3
785	17	501	11	300	1
1556	20	789	18	460	10
679	16			446	8
$n_1 = 7$	$R_1 = 114$	$n_2 = 6$	$R_2 = 55$	$n_3 = 7$	$R_3 = 41$

林惠玲 陳正倉等 雙葉書局發行 2002

第17章 無母數統計檢定 應用統計學

隨機性檢定

- **隨機性檢定**
用來檢定樣本或殘差項是否具隨機性的檢定，又稱連檢定。
- **連檢定(小樣本)**
將觀察值依抽取順序排列，相鄰而符號相同者為一連，計算整個樣本的連數 R 做為檢定統計量。
- **決策規則**
若 p 值 $= 2 \times P(R \geq R_0) < \alpha$ ，或 p 值 $= 2 \times P(R \leq R_0) < \alpha$ ，則拒絕虛無假設。
- **連檢定統計量(大樣本)**

$$Z = \frac{R - E(R)}{\sqrt{V(R)}}$$

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002

第17章 無母數統計檢定 應用統計學

等級相關檢定

- **等級相關檢定**
利用等級相關係數來做檢定的方法，它不必或假設母體的分配為二元常態。
- **等級相關係數估計式**

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

其中： d ：兩個隨機變數的等級差異， n ：樣本數。

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002

第17章 無母數統計檢定 應用統計學

等級相關檢定

- **等級相關檢定統計量(小樣本)**

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$
- **決策規則(小樣本)**
 - ① 雙尾檢定
當 $r_s < -r_{\alpha/2}$ 或 $r_s > r_{\alpha/2}$ 時，拒絕 H_0 。
 - ② 左尾檢定
當 $r_s < -r_\alpha$ 時，拒絕 H_0 。
 - ③ 右尾檢定
當 $r_s > r_\alpha$ 時，拒絕 H_0 。

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002

第17章 無母數統計檢定 應用統計學

等級相關檢定

- **等級相關檢定統計量(大樣本)**

$$Z = (r_s - 0) / \sqrt{1/(n-1)}$$

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002

第17章 無母數統計檢定 應用統計學

表17.13 經濟學成績與統計學成績的關係

學生	經濟學等級 R_X	統計學等級 R_Y	$d = R_X - R_Y$	d^2
A	4	1	3	9
B	3	8	-5	25
C	8	7	1	1
D	7	10	-3	9
E	6	5	1	1
F	5	3	2	4
G	1	2	-1	1
H	2	4	-2	4
I	10	9	1	1
J	9	6	3	9
				64

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002

第17章 無母數統計檢定 應用統計學

表17.16 無母數檢定的檢定統計量

檢定名稱	檢定統計量
檢定單母體、成對母體	符號檢定 小樣本： S (符號個數) 大樣本： $Z = \frac{S - E(S)}{\sqrt{V(S)}}$
檢定單母體、成對母體	符號等級檢定 小樣本： R^* 或 R^- ($R = \min(R^+, R^-)$) 大樣本： $Z = \frac{R - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}$

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002

表17.16 無母數檢定的檢定統計量 (續)

檢定名稱	檢定統計量
檢定兩個獨立母體	魏克森等級和檢定 W : 為小樣本的等級和
曼-惠特尼之 U 檢定	$U = \min(U_1, U_2)$ 小樣本: $U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - W_1$ $U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - W_2$ 大樣本: $Z = \frac{U - E(U)}{\sigma_U}$
檢定兩個以上獨立母體	克拉斯卡-瓦里斯檢定 $K = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{i=1}^c R_i^2 - 3(n+1)$

表17.16 無母數檢定的檢定統計量 (續)

檢定隨機性	隨機性檢定	小樣本: R : 連數 大樣本: $Z = \frac{R - E(R)}{\sqrt{V(R)}}$
檢定等級相關	等級相關檢定	小樣本: $r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$ 大樣本: $Z = (r_s - 0) / \sqrt{1/(n-1)}$