

16 卡方檢定

學習目的

1. 了解卡方分配的意義與性質。
2. 了解當碰到類別資料時，應如何來做統計檢定的工作。
3. 了解配合度檢定的意義與檢定方法。
4. 了解獨立性檢定的意義與檢定方法。
5. 了解齊一性檢定的意義與方法。
6. 利用Excel 來做卡方檢定。

本章結構

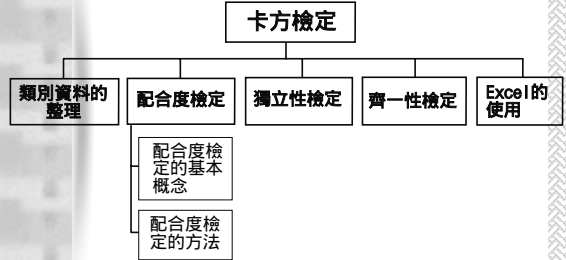


表16.2 列聯表-性別與喜好車型

性別/車型	中型車	小型車	迷你車
男	30	25	25
女	15	20	35

資料來源：虛擬。

配合度檢定

○ 意義

配合度檢定是利用樣本資料檢定母體分配是否為某一特定分配或理論分配的統計方法。

○ 多項實驗

- ① 包含 n 次相同的試行。
- ② 每一次試行結果為 k 個可能結果中的一個 ($k > 2$)。
- ③ 每一次試行是獨立的。
- ④ 每一次試行各個可能結果的機率是固定的。即若每一結果的機率為 $p_i (i=1, \dots, k)$ ，則每一次試行結果的機率均相同且 $p_1 + p_2 + \dots + p_k = 1$ 。

配合度檢定

○ 觀察次數與期望次數

抽樣實驗中得到的次數稱為觀察次數。表為 O ；期望次數是如果虛無假設為真時，預期會發生的次數，表為 E 。各類別的期望次數為：

$$E = np$$

n 為樣本數， p 為虛無假設為真時，各類別的比例或機率。

配合度檢定

○ 配合度檢定統計量

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \sim \chi_{k-1-m}^2$$

式中： O_i ：第 i 組的樣本觀察次數， E_i ：期望次數(或理論次數)， k ：組數。自由度為 $k-1-m$ ， m 為估計的參數個數。

○ 決策法則

- ① 若 $\chi^2 > \chi_{k-1-m, \alpha}^2$ ，則拒絕 H_0 。
- ② 若 $\chi^2 \leq \chi_{k-1-m, \alpha}^2$ ，則接受 H_0 。

圖16.1 卡方檢定的拒絕域與接受域

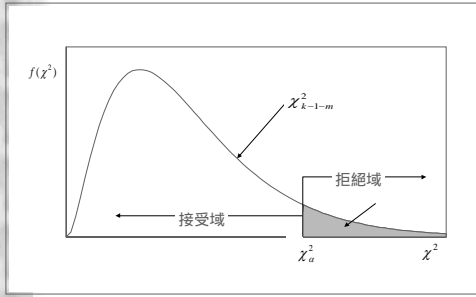


表16.6 三種看診態度的觀察次數與期望次數

看診態度	O	機率 p	E = np	(O-E)	(O-E) ²	(O-E) ² / E
拒絕治療	84	0.13	84	0	0	0
轉診	406	0.71	460	-54	2916	6.339
繼續治療	158	0.16	104	54	2916	28.038
	648					34.377

表16.11 統計學成績的觀察次數與理論次數

分數	20 以下	20-40	40-60	60-80	80 以上
O	8	14	47	20	11
$Z = \frac{U - 52.4}{20.94}$	-1.547	-0.592	0.363	1.318	∞
$Z = \frac{L - 52.4}{20.94}$	-∞	-1.547	-0.592	0.363	1.318
機率值(p)	0.061	0.217	0.363	0.266	0.093
E (np)	6.1	21.7	36.3	26.6	9.3
(O-E) ²	3.61	59.29	114.49	43.56	2.89

附註：U：各組上限，L：各組下限。

獨立性檢定

○ 意義

獨立性檢定是統計研究人員想要檢定兩個屬性間是否獨立的統計方法。

○ 獨立性檢定的檢定統計量

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - \hat{E}_{ij})^2}{\hat{E}_{ij}}$$

其中：r：列聯表中橫列的個數，c：縱行的個數，O_{ij}：樣本觀察次數， \hat{E}_{ij} ：估計的理論次數(下面的例子會說明其計算方法)。自由度為(r-1)(c-1)。

獨立性檢定

○ 決策法則

- ① 若 $\chi^2 > \chi^2_{(c-1)(r-1), \alpha}$ ，則拒絕 H_0 。
- ② 若 $\chi^2 \leq \chi^2_{(c-1)(r-1), \alpha}$ ，則接受 H_0 。

○ 估計的期望次數

$$\hat{E} = \frac{\text{列總和} \times \text{行總和}}{\text{樣本數}}$$

表16.12 工作時數與企業規模

		企業規模		
		大型	中型	小型
每週工作 日數	週休二日	529	377	1,282
	隔週休二日	195	242	1,303
	每週工時44小時	73	158	779
	每週工時48小時	40	73	821
	其他	156	124	544

(資料來源：《中華民國 臺灣地區 製造業經營實況調查報告》，經濟部統計處，2001年11月。)

第16章 卡方檢定 應用統計學

表16.13 工作時數與企業規模

		企業規模			合計
		大型 (Y_1)	中型 (Y_2)	小型 (Y_3)	
每週 工作 日數	週休二日(T_1)	529 (325)	377 (318)	1,282 (1,545)	2,188
	隔週休二日(T_2)	195 (258)	242 (253)	1,303 (1,229)	1,740
	每週工時44小時(T_3)	73 (150)	158 (147)	779 (713)	1,010
	每週工時48小時(T_4)	40 (138)	73 (136)	821 (660)	934
	其他(T_5)	156 (122)	124 (120)	544 (582)	824
合計		993	974	4,729	6,696

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002

第16章 卡方檢定 應用統計學

表16.15 年齡與車型的觀察次數與理論次數

車型	30歲以下	31歲以上	合計
Premacy	108 (92.33)	74 (89.67)	182
TRIBUTE2.0/3.0	45 (41.09)	36 (39.91)	81
MPV	90 (109.58)	126 (106.42)	216
合計	243	236	479

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002

第16章 卡方檢定 應用統計學

齊一性檢定

○ 意義
齊一性檢定是檢定兩個或兩個以上母體的某一特性的分配(各類別的比例)是否齊一或相近。

○ 齊一性檢定統計量

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - \hat{E}_{ij})^2}{\hat{E}_{ij}}$$

其中： r ：橫列個數， c ：縱行個數， O_{ij} ：樣本觀察次數， \hat{E}_{ij} ：估計期望論次數，自由度為 $(r-1)(c-1)$ 。

○ 決策法則

① 若 $\chi^2 > \chi^2_{(c-1)(r-1), \alpha}$ ，則拒絕 H_0 。
② 若 $\chi^2 \leq \chi^2_{(c-1)(r-1), \alpha}$ ，則接受 H_0 。

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002

第16章 卡方檢定 應用統計學

表16.18 台北市與高雄市居民對治安的滿意情形

滿意程度	台北市	高雄市	合計次數
很滿意	100 (111.11)	100 (88.89)	200
滿意	150 (166.67)	150 (133.33)	300
不滿意	300 (277.78)	200 (222.22)	500
很不滿意	200 (194.44)	150 (155.56)	350
合計次數	$n_1 = 750$	$n_2 = 600$	$n = 1,350$

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002

第16章 卡方檢定 應用統計學

表16.20 大學聯考成績的次數分配

大學聯考結果	高中入學方式		小計
	聯考生	非聯考生	
錄取	31 (30.2)	24 (24.8)	55
未錄取	19 (19.8)	17 (16.2)	36
小計	50	41	91

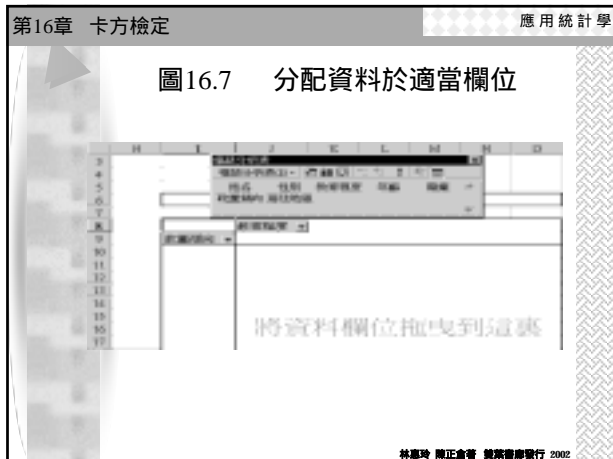
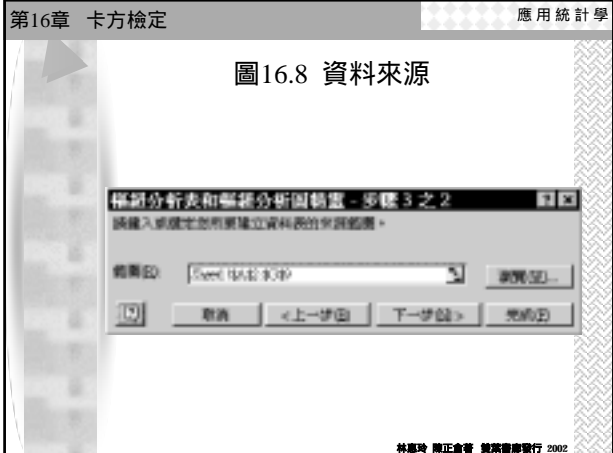
林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002

第16章 卡方檢定 應用統計學

表16.21 選舉人名單

	A	B	C	D	E	F	G
1	選舉分析-性別、教育程度、職業與政黨傾向						
2	姓名	性別	教育程度	年齡	職業	政黨傾向	居住地區
3	黨大同	男	大學	33	商	K	大安
4	李大方	男	專科	45	工	K	萬華
5	林小娟	女	專科	38	商	M	文山
6	朱小麗	女	大學	24	公	N	中正
7	張小麗	女	高中	56	家務	M	士林
8	許中康	男	高中	65	商	K	北投
9	胡文佳	男	研究所	35	公	N	大安

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2002



第16章 卡方檢定 應用統計學

表16.22 政黨取向與教育程度

計劃姓名	政黨傾向				
教育程度	K	M	N	總計	
大學	1			1	2
高中	1		1		2
研究所				1	1
專科	1		1		2
總計	3		2	2	7

林惠玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2002