

第12章 卡方檢定

學習目的

1. 了解卡方分配的意義與性質。
2. 了解當碰到類別資料時，應如何來做統計檢定的工作。
3. 了解配合度檢定的意義與檢定方法。
4. 了解獨立性檢定的意義與檢定方法。
5. 了解齊一性檢定的意義與方法。
6. 利用Excel 來做卡方檢定。

含課本重點整理，惟仍應研讀課本之詳細內容

現代統計學 林惠玲 陳正倉 合著 雙葉書廊發行 2015

第12章 卡方檢定

卡方檢定

○卡方檢定

卡方檢定主要用來檢定名目尺度資料與順序尺度資料。

卡方分配可做三種檢定：配合度檢定，獨立性檢定與齊一性檢定。

現代統計學 林惠玲 陳正倉 合著 雙葉書廊發行 2015

第12章 卡方檢定

配合度檢定

○ 配合度檢定的意義

配合度檢定是利用樣本資料檢定母體分配是否為某一特定分配或理論分配的統計方法。

○ 多項實驗

- ① 包含 n 次相同的試行。
- ② 每一次試行結果為 k 個可能結果中的一個($k > 2$)。
- ③ 每一次試行是獨立的。
- ④ 每一次試行各個可能結果的機率是固定的。即若每一結果的機率為 $p_i (i = 1, \dots, k)$ ，則每一次試行結果的機率均相同且 $p_1 + p_2 + \dots + p_k = 1$ 。

現代統計學 林惠玲 陳正倉 合著 雙葉書廊發行 2015

第12章 卡方檢定

配合度檢定

○ 觀察次數與期望次數

抽樣實驗中得到的次數稱為觀察次數。表為 O ；期望次數是如果虛無假設為真時，預期會發生的次數，表為 E 。各類別的期望次數為：

$$E = np$$

n 為樣本數， p 為虛無假設為真時，各類別的比例或機率。

現代統計學 林惠玲 陳正倉 合著 雙葉書廊發行 2015

第12章 卡方檢定

配合度檢定

○ 配合度檢定統計量

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \sim \chi_{k-1-m}^2$$

式中： O_i ：第*i*組的樣本觀察次數， E_i ：期望次數(或理論次數)， k ：組數。自由度為 $k-1-m$ ， m 為估計的參數個數。

○ 決策法則

- ① 若 $\chi^2 > \chi_{k-1-m, \alpha}^2$ ，則拒絕 H_0 。
- ② 若 $\chi^2 \leq \chi_{k-1-m, \alpha}^2$ ，則接受 H_0 。

現代統計學 林惠玲 陳正倉 合著 雙葉書廊發行 2015

第12章 卡方檢定

配合度檢定

○ 卡方分配的性質

- ① 卡方分配為一定義在大於等於0(正數)範圍的右偏分配，不同的自由度決定不同的卡方分配。
- ② 卡方分配只有一個參數即自由度，表為 v 。卡方分配的平均數與變異數為：

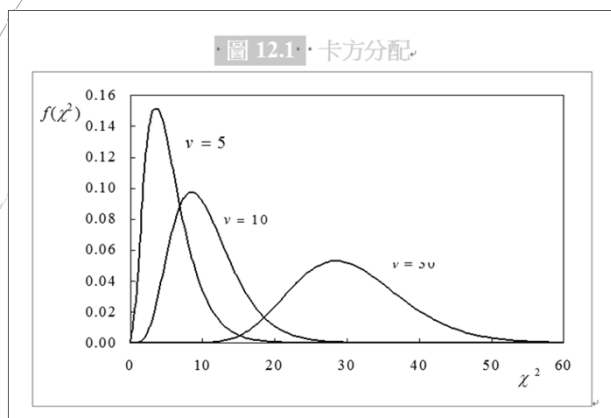
$$E(\chi_v^2) = v, V(\chi_v^2) = 2v$$

- ③ 卡方分配當自由度增加而逐漸對稱，當自由度趨近於無窮大時($v \rightarrow \infty$)，卡方分配會趨近於常態分配。
- ④ 設 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，令 $Z^2 = \left(\frac{X - \mu}{\sigma}\right)^2$ ，則 Z^2 為自由度1的卡方分配。

現代統計學 林惠玲 陳正倉 合著 雙葉書廊發行 2015

第12章 卡方檢定

配合度檢定



現代統計學 林惠玲 陳正倉 合著 雙葉書廊發行 2015

第12章 卡方檢定

配合度檢定

表 12.4 · 卡方值

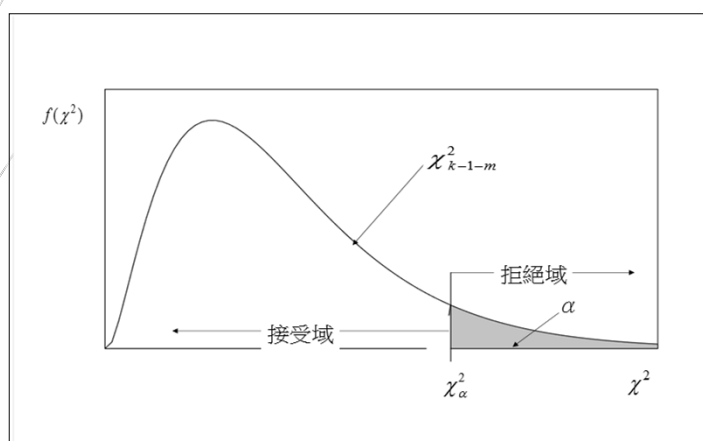
df	$\chi^2_{0.995}$	$\chi^2_{0.95}$	$\chi^2_{0.90}$	$\chi^2_{0.10}$	$\chi^2_{0.05}$	$\chi^2_{0.005}$	df
1	.0000393	.0039321	.0157908	2.70554	3.84146	7.87944	1
2	.0100251	.102587	.210720	4.60517	5.99147	10.5966	2
3	.0717212	.351846	.584375	6.25139	7.81473	12.8381	3
4	.206990	.710721	1.063623	7.77944	9.48773	14.8602	4
5	.411740	1.145476	1.61031	9.23635	10.0705	16.7496	5
6	.675727	1.63539	2.20413	10.6446	12.5916	18.5476	6
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
17	5.69724	8.67176	10.0852	24.7690	27.5871	35.7185	17
18	6.26481	9.39046	10.8649	25.9894	28.8693	37.1564	18
19	6.84398	10.1170	10.6509	27.2036	30.1435	38.5822	19
20	7.43386	10.8508	12.4426	28.4120	31.4104	39.9968	20
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

現代統計學 林惠玲 陳正倉 合著 雙葉書廊發行 2015

第12章 卡方檢定

配合度檢定

圖12.3 卡方檢定的拒絕域與接受域



現代統計學 林惠玲 陳正倉 合著 雙葉書廊發行 2015

第12章 卡方檢定

獨立性檢定

○ 獨立性檢定意義

獨立性檢定是用來檢定兩個屬性間是否獨立的統計方法。

○ 獨立性檢定的檢定統計量

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - \hat{E}_{ij})^2}{\hat{E}_{ij}}$$

其中： r ：列聯表中橫列的個數， c ：縱行的個數， O_{ij} ：樣本觀察次數， \hat{E}_{ij} ：估計的理論次數(下面的例子會說明其計算方法)。自由度為 $(r-1)(c-1)$ 。

現代統計學 林惠玲 陳正倉 合著 雙葉書廊發行 2015

第12章 卡方檢定

獨立性檢定

○ 決策法則

①若 $\chi^2 > \chi_{(c-1)(r-1), \alpha}^2$ ，則拒絕 H_0 。

②若 $\chi^2 \leq \chi_{(c-1)(r-1), \alpha}^2$ ，則接受 H_0 。

現代統計學 林惠玲 陳正倉 合著 雙葉書廊發行 2015

第12章 卡方檢定

齊一性檢定

○ 齊一性檢定意義

齊一性檢定是檢定兩個或兩個以上母體的某一特性的分配(各類別的比例)是否齊一或相近。

○ 齊一性檢定統計量

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - \hat{E}_{ij})^2}{\hat{E}_{ij}}$$

其中： r ：橫列個數， c ：縱行個數， O_{ij} ：樣本觀察次數， \hat{E}_{ij} ：估計期望論次數，自由度為 $(r-1)(c-1)$ 。

○ 決策法則

①若 $\chi^2 > \chi_{(c-1)(r-1), \alpha}^2$ ，則拒絕 H_0 。

②若 $\chi^2 \leq \chi_{(c-1)(r-1), \alpha}^2$ ，則接受 H_0 。

現代統計學 林惠玲 陳正倉 合著 雙葉書廊發行 2015

第12章 卡方檢定

12.1 國內四家知名大賣場家樂福、大潤發、愛買吉安和好市多，去年在全台灣大賣場的營業額佔有率分別為45%、30%、15%、5%。但是在過去一年中，某些大潤發的高級幹部跳槽至家樂福，造成大賣場市場經理人員的大洗牌。根據最新的大賣場營業額調查，結果發現總營業額為1,130億元，其中家樂福營業額佔有率為50%、大潤發為27%、愛買吉安為13%、好市多為5%。請說明在95%信心水準下，是否有足夠證據說明「經理人員的變動導致四家大賣場的營業額佔有率改變」？

12.4 桂冠食品公司想瞭解顧客對3種不同口味的湯圓是否同樣喜歡，調查某超市共賣出了150盒湯圓，各種口味的湯圓賣出的盒數如下表：

芝麻湯圓	紅豆湯圓	花生湯圓
60	50	40

試在 $\alpha = 5\%$ 下，檢定顧客對3種口味的湯圓是否同樣喜歡？

12.5 上兩個月搖出的統一發票中獎號碼如下：

22542792	24876298	26751634	31083709
41550854	59466429	65464910	79394493
56035874	15311702	25294517	28813925
47247746	63115517	71570172	93745195

號碼出現的樣本次數如下：

號碼	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
樣本次數	7	15	15	10	17	18	10	16	7	13

試在 $\alpha = 0.01$ 下，檢定0到9這10個號碼出現的機率是否一樣？

現代統計學 林惠玲 陳正倉 合著 雙葉書廊發行 2015

第12章 卡方檢定

12.8 欲知保不保壽險是否與其收入的高低有關，隨機調查200人，得結果如下：

	高收入	中收入	低收入
保壽險	38	23	16
不保壽險	32	37	54

試在 $\alpha = 0.01$ 下，檢定保不保壽險是否與其收入的高低有關？

12.11 設張老師想要了解國中每日在家做功課的時間，自某一學校抽取80位學生，調查得學生做功課時間的次數分配如下：

分鐘	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90
人數	43	74	67	60	36

試在 $\alpha = 0.05$ 下，檢定該分配是否為常態分配？

現代統計學 林惠玲 陳正倉 合著 雙葉書廊發行 2015