

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

12 兩母體的統計估計與假設檢定

學習目的

1. 瞭解獨立大樣本兩母體平均數差的區間估計與假設檢定的方法、步驟及其應用。
2. 瞭解成對樣本成對差的區間估計與假設檢定的方法。
3. 瞭解兩母體比例差的區間估計與假設檢定的方法。
4. 利用 Excel 來作兩母體差異的統計估計與假設檢定。

林惠玲 陳正倉著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

本章結構

林惠玲 陳正倉著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

兩個母體的統計估計與假設檢定

獨立母體與不獨立母體

設 X 與 Y 分別代表兩個母體的特質，若 X 與 Y 為統計獨立，則 X 與 Y 兩母體獨立，否則為不獨立。

林惠玲 陳正倉著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

兩個母體平均數差的統計推論—獨立大樣本

獨立樣本

若從一個母體抽出的樣本不影響從另一個母體抽出的樣本，則這兩個樣本為獨立樣本。

林惠玲 陳正倉著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

兩個獨立母體平均數差的區間估計—大樣本

圖 12.1 兩母體平均數差的估計

林惠玲 陳正倉著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

兩個獨立母體平均數差的區間估計—大樣本

獨立大樣本母體平均數差 $\mu_1 - \mu_2$ 的信賴區間

兩母體變異數未知

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm Z_{\alpha/2} S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}$$

式中： $S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{(S_1^2/n_1) + (S_2^2/n_2)}$

林惠玲 陳正倉著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

兩個獨立母體平均數差的區間估計—大樣本

表12.1 真的好火鍋店大安區分店日營業額統計 單位：元

季節	冬季（12月至2月）	夏季（6月至8月）
樣本數	78	78
平均數	35,250	31,140
標準差	1,656	1,932

林惠玲 陳正倉著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

兩個獨立母體平均數差的假設檢定—大樣本

○ **獨立大樣本母體平均數差 $\mu_1 - \mu_2$ 的檢定統計量**

兩母體變異數未知

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}$$

式中： $S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{(S_1^2/n_1) + (S_2^2/n_2)}$

林惠玲 陳正倉著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

兩個獨立母體平均數差的假設檢定—大樣本

圖12.2 兩母體平均數差檢定的對話方塊

林惠玲 陳正倉著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

兩個獨立母體平均數差的假設檢定—大樣本

表12.2 大樣本兩母體平均數差的檢定

	A	B	C
1	z 檢定：兩個母體平均數差異檢定		
2			
3		台灣銀行	第一銀行
4	平均數	9.0614054	10.511536
5	已知的變異數	6.25	12.25
6	觀察值個數	64	81
7	假設的均數差	0	
8	z	+2.9067158	
9	P(Z<=z) 雙尾	0.0018262	
10	臨界值：雙尾	2.3263479	
11	P(Z<=z) 雙尾	0.0036524	
12	臨界值：雙尾	2.5758293	

林惠玲 陳正倉著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

成對母體平均數差的統計推論

○ **成對樣本**

自母體中抽取元素，對同一元素蒐集實驗前後兩個觀察值所構成的樣本稱為成對樣本（paired samples）或相依樣本（variable samples）。

林惠玲 陳正倉著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

成對母體平均數差的統計推論

圖12.3 成對母體與成對樣本

林惠玲 陳正倉著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

成對母體平均數差的統計推論

○ \bar{D} 的平均數與變異數

$$\mu_{\bar{D}} = \mu_D, \sigma_{\bar{D}}^2 = \frac{\sigma_D^2}{n}$$

林惠玲 陳正倉著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

成對差異平均數的區間估計

○ 成對母體平均數差 μ_D 的信賴區間

小樣本母體分配為常態分配， σ_D^2 未知

$$\bar{D} \pm t_{n-1, \alpha/2} S_{\bar{D}}$$

式中： $S_p = \frac{S_1}{\sqrt{n}}, S_s = \sqrt{\frac{\sum D^2 - n\bar{D}^2}{n-1}}$

林惠玲 陳正倉著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

成對差異平均數的區間估計

表12.3 百公尺賽跑成績的變化 單位：秒

學生代號	A	B	C	D	E
1	1	18	14	4	16
2	2	17	13	4	16
3	3	16	14	2	4
4	4	15	12	3	9
5	5	15	13	2	4
6					
7				$\sum D = 15$	$\sum D^2 = 49$

林惠玲 陳正倉著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

成對差異平均數的假設檢定

○ 成對母體平均數差 μ_D 的檢定統計量

小樣本母體常態變異數未知

$$t = \frac{\bar{D} - \mu_D}{\frac{S_D}{\sqrt{n}}}$$

林惠玲 陳正倉著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

成對差異平均數的假設檢定

表12.4 成對母體平均數差的檢定

	A	B	C
1	t 檢定：成對母體平均數差異檢定		
2			
3		訓練前成績	訓練後成績
4	平均數	16.2	13.2
5	變異數	1.7	0.7
6	觀察值個數	5	5
7	皮耳森相關係數	0.641688048	
8	假設的平均差	0	
9	自由度	4	
10	t 統計	6.708203932	
11	P(T<=t) 單尾	0.00128513	
12	臨界值：單尾	2.131846782	
13	P(T<=t) 雙尾	0.002570261	
14	臨界值：雙尾	2.776445105	

林惠玲 陳正倉著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

成對差異平均數的假設檢定

○ 符號檢定

符號檢定用來檢定單一母體的中央趨勢（中位數）為某一水準或成對母體的分配是否相同的檢定方法。

林惠玲 陳正倉著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

兩個母體比例差的統計推論

表12.5 兩種輪胎的檢定

汽車	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
輻射輪胎	8.4	9.4	12.2	14.0	13.4	9.0	11.4	12.0	14.0	10.0	12	10.4	11.4	13.8
一般輪胎	8.2	9.8	12.4	13.8	13.6	8.8	11.4	11.6	13.8	9.8	12	9.8	10.6	13.0
	+	-	-	+	-	+	0	+	+	+	0	+	+	+

林惠玲 陳正金著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

兩個母體比例差的區間估計

- 大樣本母體比例差的信賴區間

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm Z_{\alpha/2} S_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}$$
- 母體比例差的信賴區間 (保守估計)

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm Z_{\alpha/2} S_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}$$

式中: $S_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}}$

式中: $S_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \sqrt{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}$

林惠玲 陳正金著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

兩個母體比例差的假設檢定

- 母體比例差的檢定統計量

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{S_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}}$$

式中: $S_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}}$

林惠玲 陳正金著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

兩個母體比例差的假設檢定

表12.6 兩個打字員打錯字的比較

打字員	錯字數目	抽樣數
張小姐	12	500
李小姐	16	500

林惠玲 陳正金著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

兩個母體比例差的假設檢定

表12.7 兩個打字員打錯字的比較

時間	日常家事分配丈夫決定
民國91年	5.31%
民國95年	24.19%


資料來源：行政院主計處，91年、95年臺灣地區社會發展趨勢調查。

林惠玲 陳正金著 雙葉書報發行 2008

第12章 兩母體的統計估計與假設檢定 基礎統計學二版

兩個母體比例差的假設檢定

圖12.4 成對母體平均數差異的檢定對話方塊



林惠玲 陳正金著 雙葉書報發行 2008