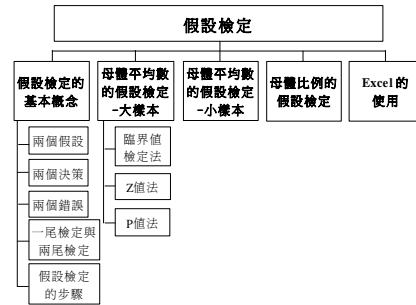


11 假設檢定

○ 學習目的

1. 了解假設檢定的基本概念與型 I 錯誤與型 II 錯誤。
2. 學習假設檢定的步驟。
3. 學習一尾與兩尾假設檢定的方法。
4. 學習標準檢定檢定方法與P值法。
5. 瞭解母體平均數的假設檢定的方法、步驟及其應用。
6. 瞭解母體比例的假設檢定的方法、步驟及其應用。
7. 利用Excel來做假設檢定。

本章結構



假設檢定

○ 假設檢定的意義

對有關母體參數的假設，根據樣本的訊息，決定接受(不拒絕)該假設或拒絕該假設的統計方法。

假設檢定的基本概念

○ 兩個假設

① 虛無假設

對母體參數的某一假設或主張假定其為真實的(除非證明其為非真)一個假設稱為虛無假設。

② 對立假設

對立假設是相對於虛無假設而對母體參數提出的另一個不同的假設或主張。

假設檢定的基本概念

○ 設立假設的原則

- ① 將想要利用樣本統計量去驗證的假設設為對立假設，想要否定的假設設為虛無假設。
- ② 錯誤地拒絕某一假設的後果較錯誤地接受或不拒絕該某一假設的後果為嚴重者，將該假設設為虛無假設。
- ③ 將他人的主張做為虛無假設，亦即假定他人的主張是真實的。

假設檢定的基本概念

○ 兩個決策

① 不拒絕 H_0 (或接受 H_0)

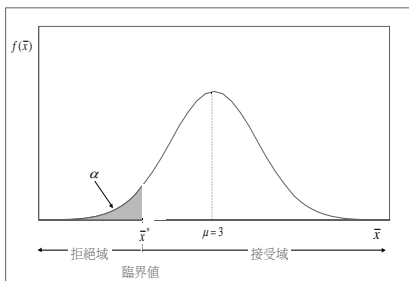
若樣本統計量落在接受域，則「不拒絕」或「接受」虛無假設。

② 拒絕 H_0

若樣本統計量落在拒絕域，則「拒絕」虛無假設，推斷對立假設 H_1 為真。

假設檢定的基本概念

圖11.1 拒絕域與接受域



林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2008

假設檢定的基本概念

○ 兩個錯誤

①型 I 錯誤

當 H_0 為真，而拒絕 H_0 所發生的錯誤，稱為型 I 錯誤 (type I error)。型 I 錯誤的機率為 α ，表為：

$$\alpha = P(\text{拒絕 } H_0 | H_0 \text{ 為真})$$

α 又稱為顯著水準 (significance level)。

②型 II 錯誤

當 H_0 為假 (或 H_1 為真)，而不拒絕 H_0 所發生的錯誤，稱為型 II 錯誤 (type II error)。型 II 錯誤的機率以 β 表示：

$$\beta = P(\text{II}) = P(\text{不拒絕 } H_0 | H_0 \text{ 為假})$$

$1 - \beta$ 稱為檢定力，表示 H_0 為假，不拒絕 H_0 的機率。

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2008

假設檢定的基本概念

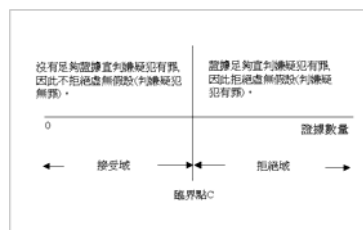
表11.1 假設檢定決策正確與錯誤的機率

		真實情況	
		H_0 為真	H_1 為真
決策	不拒絕 H_0	$1 - \alpha$ (正確機率)	β (錯誤機率)
	拒絕 H_0	α (錯誤機率)	$1 - \beta$ (正確機率)

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2008

假設檢定的基本概念

圖11.2 法官判案時的拒絕域與接受域



林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2008

假設檢定的基本概念

○ 一尾檢定

只有一個拒絕域的檢定稱為一尾檢定。拒絕域在左尾的稱為左尾檢定，拒絕域在右尾的尾檢定稱為右尾檢定。

○ 兩尾檢定

有兩個拒絕域的檢定稱為兩尾檢定，兩尾各有一個拒絕域。

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2008

假設檢定的基本概念

圖11.3 左尾檢定

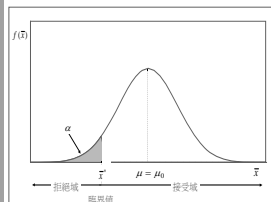
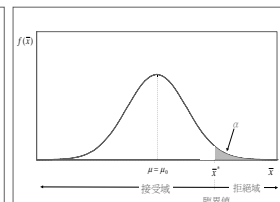


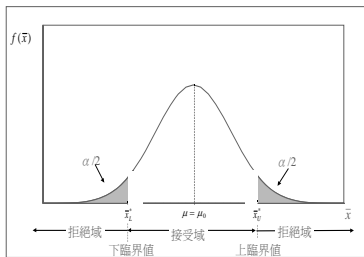
圖11.4 右尾檢定



林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2008

假設檢定的基本概念

圖11.5 兩尾檢定



林惠玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2008

假設檢定的基本概念

表11.2 假設檢定的符號

	兩尾檢定	左尾檢定	右尾檢定
虛無假設 H_0 的符號	=	≥	≤
對立假設 H_1 的符號	≠	<	>
拒絕域	在左右兩尾	在左尾	在右尾
α 值	$\alpha/2$	α	α

林惠玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2008

假設檢定的基本概念

○ 假設檢定的步驟

- ①步驟1 設立兩個假設
- ②步驟2 選擇檢定統計量
- ③步驟3 決定拒絕域及接受域(行動法則或決策法則)
- ④步驟4 計算檢定統計量(或將檢定統計量與臨界值比較)
- ⑤步驟5 下結論

林惠玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2008

母體平均數的假設檢定—大樣本

○ 臨界值檢定法

在既定顯著水準 α 下，計算出臨界值，決定拒絕域與接受域以決定拒絕或接受虛無假設的方法。

○ 臨界值法的決策法則

- ①左尾檢定：若 $\bar{X} \geq \bar{X}^*$ ，則接受虛無假設。
若 $\bar{X} < \bar{X}^*$ ，則拒絕虛無假設。臨界值 $\bar{X}^* = \mu_0 - Z_{\alpha}\sigma_{\bar{X}}$ 。
- ②右尾檢定：若 $\bar{X} \leq \bar{X}^*$ ，則接受虛無假設。
若 $\bar{X} > \bar{X}^*$ ，則拒絕虛無假設。臨界值 $\bar{X}^* = \mu_0 + Z_{\alpha}\sigma_{\bar{X}}$ 。
- ③兩尾檢定：若 $\bar{X}_L^* \leq \bar{X} \leq \bar{X}_U^*$ ，則接受虛無假設。
若 $\bar{X} < \bar{X}_L^*$ 或 $\bar{X} > \bar{X}_U^*$ ，則拒絕虛無假設。下臨界值 $\bar{X}_L^* = \mu_0 - Z_{\alpha/2}\sigma_{\bar{X}}$ ，上臨界值 $\bar{X}_U^* = \mu_0 + Z_{\alpha/2}\sigma_{\bar{X}}$ 。

林惠玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2008

母體平均數的假設檢定—大樣本

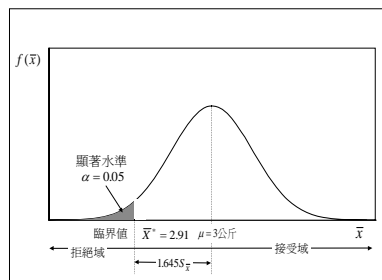
台新白米的一組樣本

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	2.24	2.24	2.30	2.33	2.35	2.48	2.50	2.53	2.57	2.59	2.60	2.62
2	2.64	2.65	2.77	2.78	2.79	2.89	2.93	2.93	2.93	2.94	2.94	2.94
3	2.96	2.96	2.97	2.98	3.01	3.02	3.05	3.06	3.07	3.13	3.19	3.22
4	3.25	3.25	3.25	3.26	3.28	3.39	3.40	3.40	3.56	3.47	3.62	3.63
5	3.69											

林惠玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2008

母體平均數的假設檢定—大樣本

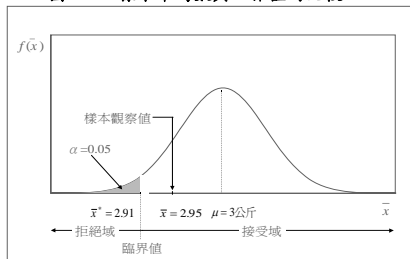
圖11.6 臨界值與接受域拒絕域



林惠玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2008

母體平均數的假設檢定—大樣本

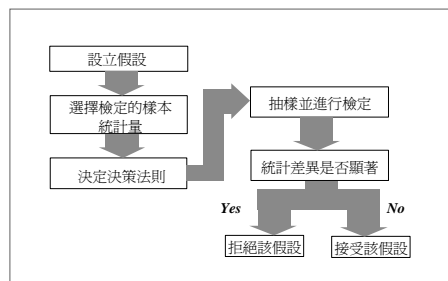
圖 11.7 樣本平均數與臨界值的比較



林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2008

母體平均數的假設檢定—大樣本

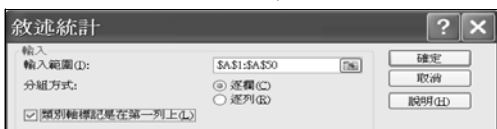
圖 11.8 假設檢定的過程



林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2008

母體平均數的假設檢定—大樣本

圖 11.9 敘述統計對話方塊



林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2008

母體平均數的假設檢定—大樣本

表 11.3 白米的樣本平均數與標準差

	A	B	C
1	台新白米的重量		
2			
3	平均數	2.95	
4	標準誤	0.054331121	
5	標準差	0.38031785	
6	變異數	0.144641667	
7	樣數	49	

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2008

母體平均數的假設檢定—大樣本

○ Z值法

Z值法或稱標準統計量檢定法。它是先將檢定統計量化為標準檢定統計量，然後再進行檢定的方法。

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2008

母體平均數的假設檢定—大樣本

Z值法（標準檢定統計量）

變異數已知： $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$

變異數未知： $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2008

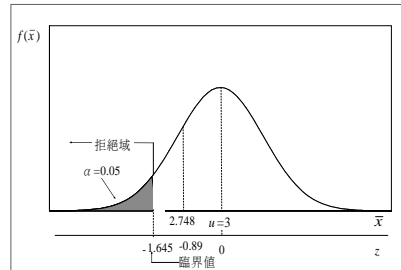
母體平均數的假設檢定—大樣本

○ Z值法的決策法則

- ①左尾檢定：若 $Z \geq -Z_\alpha$ ，則接受虛無假設。
若 $Z < -Z_\alpha$ ，則拒絕虛無假設。
- ②右尾檢定：若 $Z \leq Z_\alpha$ ，則接受虛無假設。
反之，若 $Z > Z_\alpha$ ，則拒絕虛無假設。
- ③兩尾檢定：若 $-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}$ ，則接受虛無假設。
反之，若 $Z < -Z_{\alpha/2}$ 或 $Z > Z_{\alpha/2}$ ，則拒絕虛無假設。

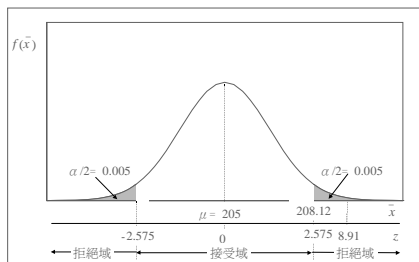
母體平均數的假設檢定—大樣本

圖11.10 學習時間的假設檢定



母體平均數的假設檢定—大樣本

圖11.11 平均可用晶片數的檢定



母體平均數的假設檢定—大樣本

○ P值

在 H_0 為真的情況下，若採右尾檢定， P 值為大於樣本結果的機率值；若採左尾檢定， P 值為小於樣本結果的機率值，若採兩尾檢定， P 值為大於或小於樣本結果的機率值的 2 倍。

母體平均數的假設檢定—大樣本

○ P值檢定法的決策法則

- ①若 P 值 $< \alpha$ ，則拒絕虛無假設 H_0 。
- ②若 P 值 $\geq \alpha$ ，則接受虛無假設 H_0 。

母體平均數的假設檢定—大樣本

○ 左尾檢定的 P 值

$$P\text{值} = P(\bar{X} \leq \bar{X}_0 | \mu = \mu_0)$$

○ 右尾檢定的 P 值

$$P\text{值} = P(\bar{X} \geq \bar{X}_0 | \mu = \mu_0)$$

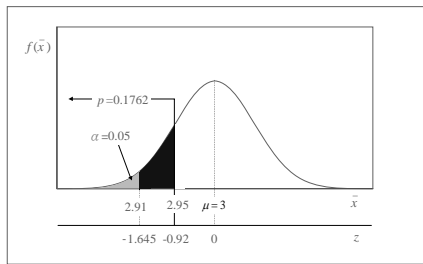
○ 雙尾檢定的 P 值

若 $\bar{X}_0 > \mu_0$ ，則 $P\text{值} = 2 \times P(\bar{X} \geq \bar{X}_0 | \mu = \mu_0)$

若 $\bar{X}_0 < \mu_0$ ，則 $P\text{值} = 2 \times P(\bar{X} \leq \bar{X}_0 | \mu = \mu_0)$

母體平均數的假設檢定—大樣本

圖11.12 白米重量的檢定P值法



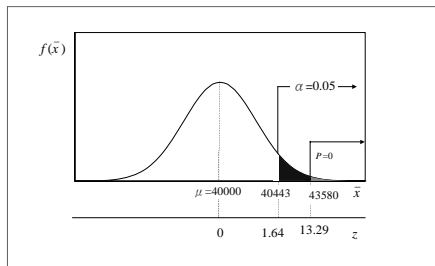
母體平均數的假設檢定—大樣本

圖11.13 P值法的對話方塊



母體平均數的假設檢定—大樣本

圖11.14 所得申報的檢定-P值法



母體平均數的假設檢定—大樣本

○ P 值的大小

P 值的大小可以與 α 值作比較，但它仍然是主觀的。到底 P 值應根據什麼樣的法則來判定，才是比較客觀理想呢？一般而言，可根據下面兩個原則：

① 虛無假設的可信度

若虛無假設是人們長久以來所相信的主張，那麼要推翻它（拒絕虛無假設），就需要有很強的證據，亦即需要很小的 P 值，才能夠讓人心服。

② 拒絕虛無假設的後果

如果拒絕虛無假設的成本非常大，那麼就需要有很強的證據來支持對立假設。

母體平均數的假設檢定—小樣本

○ t 值在假設檢定時的適用條件

- ① 小樣本的情況下 ($n < 30$)
- ② 母體為常態分配
- ③ 母體標準差 σ 未知

母體平均數的假設檢定—小樣本

○ t 檢定統計量

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_{\bar{X}}}$$

式中： μ_0 為猜測值。 \bar{X} 為樣本平均數，樣本平均數的標準差

$S_{\bar{X}} = S / \sqrt{n}$ 。t 的自由度為 $n - 1$ 。

第11章 假設檢定 基礎統計學二版

母體平均數的假設檢定—小樣本

○ t 值在假設檢定時的適用條件

- ① 小樣本的情況下 ($n < 30$)
- ② 母體為常態分配
- ③ 母體標準差 σ 未知

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2008

第11章 假設檢定 基礎統計學二版

母體平均數的假設檢定—小樣本

圖11.15 t 值的對話方塊

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2008

第11章 假設檢定 基礎統計學二版

母體平均數的假設檢定—小樣本

圖11.16 社會保險支出的檢定

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2008

第11章 假設檢定 基礎統計學二版

母體比例的假設檢定

○ 檢定統計量

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sigma_{\hat{p}}}$$

式中： p_0 為猜測值， \hat{p} 為樣本比例， $\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{p_0 q_0 / n}$ 為樣本比例的標準差。

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2008

第11章 假設檢定 基礎統計學二版

母體比例的假設檢定

圖11.17 電視節目收視率的檢定

林惠玲 陳正倉著 雙葉書局發行 2008