

# 接縫式混凝土鋪面回算程式之建立

Development of a Backcalculation Program for Jointed Concrete Pavements

計畫編號： NSC86-2211-E-032-007

執行期限： 85/08/01~86/07/31

主持人：李英豪 淡江大學土木工程學系副教授

**一、中文摘要**(關鍵詞：混凝土(剛性)鋪面、回算程式、非破壞性試驗、撓度值分析、有限元素法、因次分析、迴歸分析法、預估模式)

本研究主要是針對剛性鋪面於彈性固體基礎與溫氏基礎上傳統閉合解回算方式對儀器的限制及理論推導過程的無限版長假設條件作改善及回算適用範圍擴充。本研究首先使用 FORTRAN PowerStation 之 IMSL 副程式資料庫的貝索函數及積分式的運算，推導並驗證 Losberg 的撓度值公式，並利用 ILLI-SLAB 有限元素法程式及因次分析的原理來加以克服傳統限制，並以無因次撓度比( $w/w_0$ )作為回算方式的控制參數。再配合使用投影追逐迴歸法(PPR)建立一系列的撓度比預估模式，因此只需載重盤中央及其它任何徑向一點的表面撓度值，即可回算出鋪面各層之彈性模數或路基反力模數值。在目前研究僅先就無、有限版長及路肩效應做鋪面彈性模數調整，並針對中央、邊緣、角隅載重三種不同荷重情況作研究，對於溫差、多層版及多塊版的影響有待後續研究。

本研究並依上述預估模式，配合 IMSL 副程式庫與 Visual Basic 軟體程式之採用，協助建立各相關分析之圖形界面，以建立一套非常容易使用之「TKUBAK」鋪面回算個人電腦程式。利用此回算程式，可直接輸入載重、鋪面撓度值及鋪面基本資料並即時回算出鋪面彈性模數。「TKUBAK」回算程式中包含中英文的界面選項及公制、英制單位的轉換功能，能符合不同儀器的需求，並可將 ILLI-BACK 回算程式及 Hall/PAS 的閉合解公式代入程式中比較。

**英文摘要**(Keywords: Concrete (Rigid) Pavements, Backcalculation, Nondestructive Deflection Testing, Deflection, Finite Element Analysis, Dimensional Analysis, Regression Analysis, Prediction Model)

This study will first perform comprehensive and in-depth investigations on the primary factors affecting pavement surface deflection measurements, such as various Nondestructive Deflection Testing (NDT) devices, locations of loading plate (interior, edge, and corner of the slab), and finite slab size. Thus, the study strives to minimize the major limitations and deficiencies of traditional backcalculation procedures by modifying the most widely-used AREA deflection basin concept. A modified closed-form deflection ratio backcalculation procedure was introduced and implemented in a user-friendly computer program (TKUBAK) for the backcalculation of jointed concrete pavements.

The major research approach of this study include: (1)theoretical investigations and validations of the closed-form Westergaard and Losberg deflection equations through the use of PowerStation IMSL libraries for the integration of Bessel functions for infinite slab conditions: (2)discussions of the limitations and deficiencies of AREA deflection basin concept, ILLI-BACK deflection ratio concept, and traditional backcalculation procedures: (3)the analyses and applications of ILLI-SLAB finite element (F.E.) program to more realistically account for practical slab situations: (4)the incorporation of dimensional analysis, the identification of

dominating mechanistic variables, as well as the development of backcalculation databases through a series of F.E. factorial runs over a wide range of pavement designs: (5) the application of Projection Pursuit Regression (PPR) technique for the development of prediction models using S-PLUS statistical package: (6) the introduction of a modified deflection ratio backcalculation procedure: (7) the development of a user-friendly program (TKUBAK) to facilitate instant modulus backcalculation using the IMSL libraries and Visual Basic 4.0 software package.

Since all the mechanistic variables used (e.g., normalized load radius, normalized radial distance, normalized slab sizes) in the proposed models and modified deflection ratio backcalculation procedures are dimensionally correct, both English and metric (SI) unit systems can be used by the program. The main features of the program include: the traditional AREA deflection basin backcalculation procedure, the ILLI-BACK closed-form deflection ratio backcalculation procedure, as well as the proposed modification to the deflection ratio backcalculation procedure. Furthermore, this study also enhanced the applicability of the deflection ratio concept by the fact that any different NDT loading radius, sensor locations, and finite slab sizes could be analyzed by the proposed approach.

## 二、計畫緣由與目的

一般鋪面結構的強度指標大多是以各層材料的彈性模數來表示，而利用非破壞性撓度試驗儀器，量測鋪面表面撓度值並加以回算鋪面結構的彈性模數，已漸漸取代直接鑽孔取樣的實驗方式。目前較常使用的非破壞性試驗儀器有動力撓度儀 ( Dynaflect )、路面評審儀 ( Road Rater ) 和衝擊荷重撓度儀 ( Falling Weight Deflectometer ) 等。剛性鋪面回算方式大致上可分為三大類【1, 2, 7】：迭代法、資料庫處理法及版理論基礎回算法。迭代法係先假設一組模數值，再依此組數據計算出理論撓度值，並與現場撓度值相互比較，若誤差在容許範圍內，則該組模數即為所求，反之則修正模數值再重新計算。資料庫處理法則是先行將鋪面與路基的彈性模數值計算出一系列的表面撓度值，建

立成一個大型的資料庫，再與理論撓度值內插比較，找出一組合適的彈性模數值。版理論基礎回算法是使用一系列的閉合解 ( Closed-Form Solution ) 的圖表及公式，求出模數與鋪面的撓度值的關係式，將實際的撓度值代入圖表後，直接求出答案。

本研究計畫擬對影響混凝土 ( 剛性 ) 鋪面撓度之主要因素，如荷重之位置 ( 版之中央、邊界、與角隅 )、鋪面版有限的尺寸、及相鄰混凝土版之荷重傳遞效應等效應，從事詳盡且深入的研究。計畫中除擬對傳統版理論基礎回算過程的一些明顯缺點做研究改進外，並擬針對如何建立接縫式混凝土鋪面之彈性模數回算程式做一全盤性之探討。

本計畫擬採用美國伊利諾大學香檳校區所發展出之有限元素法程式 ( ILLI-SLAB )，運用因次分析並配合實驗設計之原理，慎選所欲預先執行之不同鋪面組合，並進而根據各項因素建立混凝土鋪面版之撓度修正關係式，以更能實際地推算出鋪面理論撓度值，並協助獲得更接近實際情況之彈性模數回算值。本計畫並將配合最新之統計迴歸方法 ( 投影追逐迴歸分析法，PPR )，建立各撓度修正關係之預估模式，以便利各層彈性模數值之快速回算。本計畫亦擬配合 IMSL 之 FORTRAN 副程式庫與 Visual Basic 軟體程式之採用，協助建立各相關分析之圖形介面，以建立一非常容易使用的鋪面回算個人電腦程式，以真正落實研究成果之整合與自動化，並可嘗試應用於實際之鋪面回算問題上，促進國內外學術界與工程界之交流。

## 三、研究方法及成果

### 3.1 研究方法

本研究的主要探討方向包括：(1) 傳統回算方式的驗證：先針對傳統所推導出的撓度公式，運用 FORTRAN 程式加以運算，再配合圖表互相驗證，確認公式及圖表的正確性，以利往後的研究分析。(2) ILLI-SLAB 有限元素法程式之分析與應用：根據以往的研究【3, 8】指出，在各種剛性鋪面的有限元素法之中，ILLI-SLAB 程式可模擬剛性鋪面設計上的重要設計參數，

並且在許多的研究驗證及修正之後發現，ILLI-SLAB 程式是錯誤最少的剛性鋪面的有限元素法程式。所以採用 ILLI-SLAB 程式，並運用因次分析的原理，來從事一系列的參數研究。(3)S-PLUS 統計軟體應用與預估模式的構建：再使用 S-PLUS 統計軟體，配合最新之統計迴歸方法--投影追逐迴歸 (PPR) 分析法，建立撓度比預估模式，以便於快速運算。(4)建立鋪面彈性模數回算之個人電腦程式：利用 Visual Basic 軟體程式，建立一回算程式。

### 3.2 研究成果

Losberg 於 1960 年提出混凝土版受到載重時，版的理論撓度公式如下【12】：

$$w = \begin{cases} \frac{P}{\pi a} \int_0^\infty \frac{J_0(\alpha r) J_1(\alpha a)}{k + D\alpha^4} d\alpha & \text{for Winkler Foundation} \\ \frac{2P}{\pi a C} \int_0^\infty \frac{J_0(\alpha r) J_1(\alpha a)}{\alpha(1 + \alpha^3 \ell_e^3)} d\alpha & \text{for Elastic Foundation} \end{cases}$$

$$\ell = 4 \sqrt[4]{\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)k}}$$

$$\ell_e = \sqrt[3]{\frac{Eh^3(1-\mu_s^2)}{6(1-\mu^2)E_s}} = \sqrt[3]{\frac{2D(1-\mu_s^2)}{E_s}} = \sqrt[3]{\frac{2D}{C}}$$

$$C = \frac{E_s}{(1-\mu_s^2)}, D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$$

其中： $w$  為在徑向距離  $r$  之表面撓度值 [L]， $C$  為路基土壤常數 [FL<sup>-2</sup>]， $\ell$  與  $\ell_e$  為相對勁度半徑 [L]， $h$  為版厚 [L]， $k$  為路基反力模數 [FL<sup>-3</sup>]， $P$  為載重量 [F]， $D$  為版的撓曲勁度 [FL]， $J_0$  與  $J_1$  為零階與一階之貝索函數 (Bessel function)， $E_s$  為路基土壤彈性模數 [FL<sup>-2</sup>]， $\mu_s$  為路基土壤波生比， $E$  與  $E_c$  為鋪面版彈性模數 [FL<sup>-2</sup>]， $\mu$  與  $\mu_s$  為鋪面版與路基土壤之波生比。[F] 與 [L] 代表力與長度之單位。

本研究除首先重新推導 Losberg 公式，並使用 Microsoft FORTRAN PowerStation 4.0 程式中的 IMSL 副程式庫解 Losberg 方程式中所含的特殊貝索函數 (Bessel Fountions) 及積分式，以驗證其正確性。根據因次分析的方法，上述 Losberg 公式將可簡化為如下無因次之型式：

$$w^* = \begin{cases} \frac{wk\ell^2}{P} = \frac{wD}{P\ell^2} = f\left(\frac{a}{\ell}, \frac{r}{\ell}\right) & \text{for Winkler Foundation} \\ \frac{wC\ell_e}{2P} = \frac{wD}{P\ell_e^2} = f\left(\frac{a}{\ell_e}, \frac{r}{\ell_e}\right) & \text{for Elastic Foundation} \end{cases}$$

其中， $w^*$  為無因次撓度值， $r/\ell$  與  $r/\ell_e$  為無因次的正規化徑向距離， $a/\ell$  與  $a/\ell_e$  為無因次的正規化荷重半徑。

在針對傳統版理論閉解回算方面，目前一般均採用 Hoffman 和 Thompson 在 1981 年所發展出的撓度盤區域面積 AREA 公式【8】：

$$AREA(in.) = 6^* \left[ 1 + 2\left(\frac{w_1}{w_0}\right) + 2\left(\frac{w_2}{w_0}\right) + \left(\frac{w_3}{w_0}\right) \right]$$

該公式係假設在固定的載重半徑 ( $a=5.9in.$ ) 作用下，分別量測距離載重中心點 0in., 12in., 24in., 36in. 的撓度值  $w_i$ ，然後代入公式計算出撓度盤區域面積 AREA 值。

Hall 在 1991 年則是利用 IMSL 之 FORTRAN 副程式庫，對於前述之封閉型解 (含多種特殊之貝索函數 Bessel Functions) 直接積分，並利用 SAS 統計軟體建立 AREA 與相對勁度半徑  $\ell$  與  $\ell_e$  迴歸關係式如下：

$$\ell = \left[ \frac{\ln\left(\frac{36 - AREA}{1812.279}\right)}{-2.559340} \right]^{4.387009}$$

$$\ell_e = \left[ \frac{\ln\left(\frac{36 - AREA}{4521.676303}\right)}{-3.645555} \right]^{5.334281}$$

根據上述 AREA 值與相對勁度半徑  $\ell$  與  $\ell_e$  的唯一關係式，再利用 Westergaard 或 Losberg 內部最大撓度方程式之重新排序，即可由已知的最大撓度值求出一個平均的路基土壤  $k$  或  $E_s$  值。最後，利用相對勁度半徑  $\ell$  與  $\ell_e$  基本公式直接計算出混凝土版的彈性模數值。

為克服傳統閉解回算法採用 AREA 概念之限制及無限版長之假設條件，本研究再根據因次分析的原理、並配合 ILLI-SLAB 有限元素程式之分析，並經反覆驗證比較後發現，當以下四個主要的控制參數  $a/\ell$ ,  $L/\ell$ ,  $W/\ell$ ,  $r/\ell$  或  $a/\ell_e$ ,  $L/\ell_e$ ,  $W/\ell_e$ ,  $r/\ell_e$  保持定值，而其它的參數任意變化情況之下，鋪面無因次撓度  $w^*$  的值皆會保持定值。其中， $L/\ell$  或  $L/\ell_e$  為鋪面版長度與相對勁度半徑的比值， $W/\ell$  或  $W/\ell_e$  為鋪面版寬度與相對勁度半徑的比值。因此，當鋪面版受載重單獨作用及受尺寸效應的影響下，

對於鋪面結構反應值的無因次參數如下：

$$w^* = \frac{wk\ell^2}{P} = f\left(\frac{a}{\ell}, \frac{L}{\ell}, \frac{W}{\ell}, \frac{r}{\ell}\right)$$

$$w^* = \frac{wD}{P\ell_e^2} = f\left(\frac{a}{\ell_e}, \frac{L}{\ell_e}, \frac{W}{\ell_e}, \frac{r}{\ell_e}\right)$$

本研究並以無因次撓度比( $w/w_0$ )的方式作為改進傳統閉合解回算方式的方法。當確認相關控制因子之後，鋪面的結構反應便可使用控制因子的函數來加以表示，再利用 ILLI-SLAB 程式建立一系列的中央、邊緣、及角隅載重有限版情況的撓度比資料庫。本研究並利用投影追逐迴歸分析法，將多維的反應曲線以簡易的迴歸方程式表示，分別建立中央、邊緣、及角隅載重無限版長及有限版長撓度比  $w/w_0$  的預估方程式組，以便回算的分析與應用。

修正後之回算過程則是先假設無限版長起始值  $\ell_e^\infty$  及有限版長起始值  $\ell_e^i$ ，將其代入預估模式中分別求算出無限及有限版長預估模式的撓度比  $(w/w_0)_\infty$ 、 $(w/w_0)_i$ ，再與現場所量測的撓度比  $(w/w_0)_{site}$  比較，當兩者相同時即表示所假設的  $\ell_e^\infty$ 、 $\ell_e^i$  正確，反之則重新假設並計算，直至兩者相同為止。然後利用調整因子的觀念  $\ell_e = \ell_e^\infty \times (\ell_e^i / \ell_e^\infty)$  求出最後的相對勁度半徑。並將  $\ell_e$  代回最大撓度公式或預估模式中求解  $E_s$  值，其中並調整有限版長之最大撓度值，以符合公式的假設。再將  $\ell_e$  及  $E_s$  代入相對勁度半徑之基本公式求解  $E_c$  值。

最後並依據分析的結果，使用 Visual Basic 4.0 程式建立「TKUBAK」回算程式，程式中並包括 ILLI-BACK 及 Hall/PAS 回算程式，以供使用者交互比較驗對，如圖一所示。

驗證結果確認在中央無限版長時，利用預估模式回算的結果與先前研究的答案相符。當有限版長情況時，使用「TKUBAK」回算程式回算中央、邊緣及角隅有限版長  $\ell_e$  時，其與理論值誤差量很小，由此可證明有限版長時的回算值需作調整。而在回算  $E_s$  及  $E_c$  值時，「TKUBAK」回算程式所算出的答案與理論值誤差量很小，又使用文獻【5】的現場撓度值資料庫驗算，亦得到相當接近的結果。



圖一 「TKUBAK」回算程式之圖例

## 四、結論與建議

經由上述的分析及研究過程後可得到下面的結論及建議：

1. 本研究使用有限元素法程式以實際地模擬鋪面版的有限尺寸情形，研究並將控制剛性鋪面的撓度控制參數無因次化，可免除因儀器的不同或由 AREA 值所發展出的回算程式的基本限制。
2. 本研究是以無因次撓度比( $w/w_0$ )作為回算方式的控制參數，因此只需載重盤中央及其它任何一點的撓度值，就可回算出彈性模數，受限的程度減低許多。
3. 經驗證後發現「TKUBAK」回算程式的回算結果皆可獲得與假設值頗為接近的值。
4. 「TKUBAK」回算程式已將輸入值皆化成無因次因子，因此並不再局限於單一規格撓度盤的衝擊式落重撓度量測儀器(FWD)，目前高工局所使用的路面評審儀亦可適用。
5. 另因可同時回算出多組答案，也可藉此發現資料的誤差點或取一平均的回算值。
6. 利用「TKUBAK」回算程式回算之動態路基彈性模數，可依 AASHTO 的建議乘上一個調整因子轉換為靜態的路基彈性模數，以作為路面的設計依據。
7. 對於鋪面版因溫差及多版、多層情況所造成的影響仍有待深入研究，以更符合鋪面版的實際情況。
8. 研究並發現當使用  $a/\ell_e, r_1/\ell_e, w_2/w_1$  這三個變數時，其所對應出來的  $r_1/\ell_e$  可能不

唯一。建議未來可就此方面加強探討，將其中的理論基礎釐清之後，或許可利用此模式作為現場撈度值的驗證指標。

## 五、參考文獻

1. 李朝聰，「剛性鋪面回算程式之建立—彈性固體基礎模式」，碩士論文，淡江大學土木工程研究所運輸工程組，台北縣淡水（1997）。
2. 白建華，「剛性鋪面回算程式之建立—溫式基礎模式」，碩士論文，淡江大學土木工程研究所運輸工程組，台北縣淡水（1997）。
3. 李英明，「建立新的接縫式混凝土鋪面應力分析與厚度設計方法」，碩士論文，淡江大學土木工程研究所運輸工程組，台北縣淡水（1995）。
4. 林炳森、李泰明、吳元廷及鄒譽名，「路面評審儀應用於剛性鋪面回算法」，中華民國第八屆鋪面工程學術研討會論文輯，台北國際會議中心，中原大學（1995）。
5. AASHTO Guide for “Design of Pavement Structures,” Published by the American Association of State Highway and Transportation Officials (1993) .
6. Crovetti, J. A., “Design and Evaluation of Jointed Concrete Pavement Systems Incorporating Free Draining Base Layers,” Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana, Illinois (1994) .
7. Hall, K. T., “Performance, Evaluation, and Rehabilitation of Asphalt-Overlaid Concrete Pavement,” Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana, Illinois (1991) .
8. Heinrichs, K. W., M. J. Liu, M. I. Darter, S. H. Carpenter, and A. M. Ioannides, “Rigid Pavements Analysis and Design,” Report No. FHWA-RD-88-068, Federal Highway Administration (1989) .
9. Hoffman, M. S. and Thompson, M. R., “Mechanistic Interpretation of Nondestructive Pavement Testing Deflection,” Transportation Engineering Series No. 32, Illinois Cooperative Highway and Transportation Research Series No. 190, University of Illinois at Urbana-Champaign (1981) .
10. Ioannides, A. M., "Analysis of Slabs-on-Grade for a variety of Loading and support Conditions," Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana (1984) .
11. Ioannides, A. M., Barenberg, E. J., and Lary, J. A., “Interpretation of Falling Weight Deflectometer Results Using Principles of Dimensional Analysis,” Proceeding, 4th International Conference on Concrete Pavement Design and Rehabilitation, Purdue University (1989) .
12. Losberg, A. “Structurally Reinforced Concrete Pavements,” Ph.D. Thesis, Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden (1960) .