

運用因次分析的方法對混凝土鋪面 角隅應力之理論評估

Theoretical Investigation of Corner Stress in Concrete
Pavements Using Dimensional Analysis

計畫編號： NSC83-0410-E032-009

NSC84-2211-E032-022

執行期限： 83/02/01~84/07/31

主持人：李英豪 淡江大學土木工程學系副教授

一、中文摘要(關鍵詞：混凝土(剛性)鋪面、應力分析、車輪載重、溫度翹曲、有限元素分析、因次分析、預估方程式組、投影追逐迴歸分析法。)

波特蘭混凝土以其高度剛性與優越的承載力逐漸成為我國鋪面建造時使用的材料，混凝土鋪面在我國鋪面工程界的重要性日益顯現。本研究的目標是考慮國內氣候與交通量急遽成長等鋪面的環境與特質，建立一個符合我國鋪面環境需求的剛性鋪面設計方法。由於角隅裂縫乃是接縫式混凝土鋪面之主要破壞型態之一，本研究以有限元素法程式ILLI-SLAB分析剛性鋪面版在角隅位置受載重與溫差作用時產生的臨界應力。

本研究將運用因次分析方法，審慎的選定並驗證各載重情況下的控制因子。執行ILLI-SLAB所得之應力結果將與Westergaard公式解互相比較建立調整因子，並以投影追逐迴歸分析法建立應力預估方程式組，本研究建立之調整因子的觀念將用以調整Westergaard公式解，迅速求得鋪面版的角隅應力。

本計畫的研究範圍與內容包括：

1. 對單一的有限尺寸版的角隅應力進行研究，分析該版在載重和溫度分別與複合作用下的結構反應。研究結果顯示，角隅應力的

分析可說是鋪面版在所有臨界位置(中央、邊界、與角隅)中最為複雜的情況。本研究因此找出在版頂端可能發生最大拉應力的區域，並針對此範圍對於鋪面版的角隅應力進行定性的研究。

2. 以因次化分析方法，對控制參數進行驗證並建立資料庫，再利用調整因子的觀念，建立角隅應力之預估方程式組。

本研究的結果可為接縫式剛性鋪面版的設計與分析方面提供兼顧理論與實用便利性的成果，避免設計人員因為不熟悉輸入檔造成輸出結果不精確的問題，更可省去利用工作站電腦進行繁複計算的時間，讓鋪面應力的計算更加的快速、方便、精確而簡易。

英文摘要(Keywords: Concrete (Rigid) Pavements, Stress Analysis, Wheel Loading, Thermal Curling, Finite Element Analysis, Dimensional Analysis, Prediction Model, Projection Pursuit Regression(PPR).)

Recently, Portland cement concrete has gradually been recognized as an alternative pavement material in our highway pavement community due to its high rigidity and superior bearing capability as compared to asphalt concrete. The ultimate goal of this thesis research is to

develop a new concrete pavement design procedure suitable for Taiwan's special climatic characteristics and dramatically increasing traffic loadings. Since corner breaks are one of the major structural distresses in jointed concrete pavements, the ILLI-SLAB finite element (F.E.) program was used to analyze the critical bending stresses of concrete pavements under corner loading and thermal curling conditions in this study.

Based on the principles of dimensional analysis, the dominating mechanistic variables were carefully identified and verified. The resulting ILLI-SLAB stresses were compared to theoretical Westergaard solutions to develop adjustment (multiplication) factors. A new regression technique (Projection Pursuit Regression) was utilized to develop prediction models to account for these theoretical differences and to instantly estimate the critical corner stresses of a jointed concrete pavement.

The scope of this study includes:

1. To analyze the corner stress of a finite slab subjected to the individual and combination effects of a single wheel load and a linear temperature differential. The results show that the analysis of corner stress is the most complicated case among the three critical loading (interior, edge, and corner) conditions. Therefore, this study discovered the possible affected area of the maximum tensile stress (minor principle stress) on the top of the slab corner and further investigated the characteristics of its structural responses.
2. To identify and validate dominating mechanistic variables using dimensional analysis, and to construct databases for further development of corner stress prediction models using adjustment factors.

The research findings can be practically used for various design and analysis of jointed concrete pavements based on theoretical considerations. Not only can the use of these stress prediction models avoid the possibility of obtaining incorrect results due to the improper use of the F.E. model, but it can also reduce the complicated computation time significantly. Furthermore, the critical bending stresses can be conveniently, accurately, and the best of all --- instantly calculated through the use of these stress

prediction models.

二、計畫緣由與目的

數十年來，鋪面研究人員不斷地嚐試著分析混凝土鋪面受到車輪載重及溫度翹曲之影響所產生之邊界應力[16, 27]。從最早 Westergaard 根據無限版長及完全路基支承的假設，所得出之鋪面結構之理論反應解開始[36, 37, 38, 39, 40]。直到近十多年來，有限元素法模式之引進，以更能切合實際地模擬鋪面版有限的尺寸、及可能因線性溫差而產生局部喪失路基支承之情形，以推算出更接近實際之鋪面反應值。然而，由於有限元素分析所需之電腦使用時間、及其本身之複雜性，有限元素法很難有效地被應用在一般鋪面設計之過程中及被一般鋪面工程設計人員所採用。

在以往的研究中，運用因次分析原理來從事分析的工作，所碰到的問題一直無法有效地解決，直到最近由筆者與 Darter 之研究才有所突破[21]。因此，本研究計畫之主要目的乃在延續並擴展該研究之成果，以便將之應用在更多實際的鋪面問題上，並進而促進國內學術界與工程界之交流。本計畫將僅針對混凝土鋪面受到車輪載重及溫度翹曲之影響，所產生之角隅應力之分析及預估方面提出詳盡且深入的研究。

期望研究成果對國內未來接縫式剛性鋪面版的設計與分析方面提供兼顧理論與實用便利性的成果；在設計方法的本土化方面本研究的成果期望將來能作為計算應力結構反應的方法，成為接縫式混凝土鋪面設計方法中重要的一環。研究的結果可以避免設計人員因為不熟悉輸入檔造成輸出結果不精確的問題，更可省去利用工作站電腦進行繁複計算的時間，讓鋪面應力的計算更加的快速、方便、精確而簡易。

三、研究方法及成果

3.1 研究方法

以往最常用且最直接的研究方法，乃是運用實驗設計之原理，預先執行一系列不同鋪面

組合之有限元素分析。之後，再將所得出之應力直接以統計迴歸的方式來建立預估模式，以便利未來設計鋪面時，能非常迅速且精準地推估出該應力之用。然而，根據此分析方法所求得之應力預估模式，往往會受限於所預先選定執行的鋪面之組合現況，而使得該模式之實用性大減。

隨著近年來國外學術研究風氣之盛行，運用因次分析原理來從事分析的工作，已漸漸地再度為鋪面工程界所重視。因次分析原理之妥善運用將有助於辨識控制鋪面結構反應之真正參數，並可依此配合實驗設計之原理，慎選所欲預先執行之不同鋪面組合的有限元素法分析。如此，前述方法所得之應力預估模式所受之限制及實用性大減等問題，必可迎刃而解了。

因此，本研究計畫採用美國伊利諾大學香檳校區所發展出之有限元素方程式 (ILLI-SLAB)，並運用上述之因次分析及實驗設計之原理，反覆地執行一系列不同鋪面組合之有限元素分析，對鋪面結構反應作定性的分析。而後運用因次分析方法採用控制因子建立資料庫，再將所得出之角隅應力與 Westergaard 之理論解做比較，並以一調整因子(兩者間之比值)來代表二者間理論上之差異。

最後，再以統計迴歸的方法來建立該調整因子之預估模式。此預估模式將可被運用在任何以力學原理為基礎之設計方法中，代替繁複之有限元素分析，而成為推估該應力最迅速、精準、有效之利器。

3.2 研究成果

綜言之，本計畫主要之研究成果有：

1. 完成剛性路面有限元素方程式 (ILLI-SLAB) 之編譯與測試。
2. 對混凝土鋪面角隅應力之反應有更深入的瞭解。
3. 利用因次分析的原理，找出影響混凝土鋪面角隅應力之真正控制因子(如荷重尺寸大小與相對勁度半徑之比值、鋪面長度與相對勁度半徑之比值、鋪面寬度與相對勁度半徑之比值、熱膨脹係數與線性溫差之乘積、及其它目前仍未知之因子等)。
4. 建立混凝土鋪面角隅應力受單輪載重及線性溫差影響之資料庫。

5. 建立角隅應力之預估模式，以確立其與各重要參數之真正關係。包含：輪載重，溫差，及輪載重和溫差等三種角隅應力之預估模式。
6. 對所建議的預估模式做詳細的驗證，以確認該模式應用之廣泛性。
7. 列舉應力分析之實例，以便利工程人員分析設計之用。

四、結論與討論

4.1 結論

本研究結果將可用於計算接縫式混凝土鋪面的應力問題，將來亦可以發展成為理論綜合經驗鋪面設計法的一部份。

第三章中敘述對於因為載重單獨作用或與溫差複合作用而引起之接縫式混凝土鋪面版的角隅應力分析。角隅應力可說是分析時較為複雜的情況，因為其版頂端最大拉應力的位置會在一區域內變化，本研究針對此一最大角隅應力發生的位置提出一個趨勢，並對於鋪面版的角隅應力性質進行了初步的研究發現相同的載重情況時，只有負溫差才會引起應力的增加，正溫差反而會將應力減少。

第四章對於有限版長或是有溫差作用的鋪面版，針對控制參數的驗證，發現了以往對於邊緣應力的研究中所提出的控制參數仍然適用於角隅應力的情況。控制參數驗證之後，加上第三章先前對於角隅應力的初步分析，以因次化分析方法建立資料庫，進行對於角隅應力的分析。再利用調整因子的觀念，對 Westergaard 的公式進行修正並建立預估方程式。分析與建立預估方程式組時，利用投影追逐迴歸分析法，並採用李英豪與Darter建議之兩階段迴歸分析方法找到正確的函數型式及較符合的回應表面。

這些預估方程式組採用的是無因次化的單位，如此便可打破以往許多鋪面相關計算公式皆是採用英制的限制，讓預估方程式組也能符合國內採用公制的習慣。對於載重單獨作用或與溫度複合作用的情況本研究均已提出了預

估方程式組，且經過驗證與ILLI-SLAB程式計算之結果亦能相符。

4.2 討論

1. 角隅情況在受載重與溫差複合作用時，本研究發現其版頂端最大拉應力位置變化的趨勢，若其確實的位置能確定，則角隅應力受載重與溫差複合作用的應力反應預測將能更加準確。
2. 本研究是理論的分析，在美國許多研究驗證ILLI-SLAB程式解與現地資料的比較，國內因為剛性鋪面的建造歷史較短，鋪面現地的反應資料值較少，若能對國內現地的資料與本研究所提的預估模式加以驗證或進行現地實驗分析，對建立適合國內環境使用的本土化鋪面應力反應預估模式是相當有利的。
4. 對於已經發現的控制因子可以加以利用進行對鋪面現地反應的模擬。
5. 投影追逐迴歸分析法使用上具有限制，若要達到更佳的準確性應該可從類神經網路(Nuro-Network)或區域迴歸(Local Regression)方法等方式著手使預測模式更準確。
6. 對於Westergaard公式中的圓形荷重假設若能重新加以推導使之成為方形荷重區域，則對鋪面中的應力的了解與預估將更加有益。
7. 本研究建議未來對於縱縫筋的應力傳遞效率等問題，必須加以仔細的研究。此外不同的基底層模式對於應力亦會有影響，因此對於不同基底層模式的應力反應若能加以考慮，並配合現地資料的驗證將是未來研究的方向。

五、參考文獻

1. 顏聰,林炳森與蕭伯聰,剛性鋪面設計本土化研究,交通部台灣區國道興建工程局,書籍編號 026.
2. 朱照宏、姚祖康,"剛性鋪面設計方法的研究",中華民國第七屆鋪面工程學術研討會論文集,淡水,1993.
3. 蘇子建,接縫式混凝土路面力學行為之初步研究,國立中興大學土木研究所碩士論文,台中,1992.
4. 蔡攀鰲,公路工程學,國立成功大學土木工程系,台南,1992.
5. 賴森榮,台灣北部第二高速公路剛性路面設計和建造之特性,第五屆路面工程學術研討會論文集, pp. 11-44, 1991.
6. Becker, R. A., J. M. Chambers, and A. R. Wilks, *The New S Language - A Programming Environment for Data Analysis and Graphics*, The Wadsworth & Brooks/Cole Computer Science Series, AT&T Bell Laboratories, 1988.
7. Bradbury, R. D., *Reinforced Concrete Pavements*, Published by the Wire Reinforcement Institute, Washington, D. C., 1938.
8. Darter, M. I., "Report on the 1992 U.S. Tour of European Concrete Highways," Federal Highway Administration, Publication No. FHWA-SA-93-012, 1993.
9. Friedman, J. H. and W. Stuetzle, "Projection Pursuit Regression," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 76, 1981, pp. 817-823.
10. Heinrichs, K. W., M. J. Liu, M. I. Darter, S. H. Carpenter, and A. M. Ioannides, "Rigid Pavements Analysis and Design," Report No. FHWA-RD-88-068, Federal Highway Administration., 1989.
11. Highway Research Board, "The AASHO Road Test," Report 5, Pavement Research, Special Report 61E, Publication No. 954, Washington, D.C, 1962.
12. Hogg, A. H. A., "Equilibrium of a Thin Slab on an Elastic Foundation of Finite Depth," *Philosophical Magazine and Journal of Science*, London, Vol. XXXV., 1944.
13. Huang, Y. H., *Pavement Analysis and Design*, Prentice-Hall, Inc., 1993.
14. Ioannides, A. M., "Analysis of Slabs-on-Grade for a Variety of Loading and Support Conditions," Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana, 1984.
15. Ioannides, A. M., M. R. Thompson and E. J. Barenberg, "Westergaard Solutions

- Reconsidered," Transportation Research Record 1043, Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D. C., pp. 13-23, 1985.
16. Ioannides, A. M., and R. A. Salsilli-Murua, "Temperature Curling in Rigid Pavements: An Application of Dimensional Analysis," Transportation Research Record 1227, Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D.C., 1989.
 17. Jamshid M. Armaghani, et. al., "Temperature Response of Concrete Pavements", Transportion Research Record 1121, Transportion Research Board, National Research Council, Washington, D. C., pp. 23-33, 1987.
 18. Jesus Larralde, W. F. Chen, "Estimation of Mechanical Deterioration of Highway Rigid Pavement," Journal of Transpotation Engineering, Vol. 113, No. 2, ASCE, March 1987.
 19. Korovesis, G. T., "Analysis of Slab-on-Grade Pavement Systems Subjected to Wheel and Temperature Loadings," Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana, 1990.
 20. Lee, Y. H., "Development of Pavement Prediction Models," Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana, 1993.
 21. Lee, Y. H., M. I. Darter, "Mechanistic Design Models of Loading and Curling in Concrete Pavements," Proceedings, ASCE, Specialty Conference: "Airport Pavements Innovations, Theory to Practice," Edited by J. W. Hall, Jr., Vicksburg, Mississippi, Sep 8-10, 1993, pp.1-15.
 22. Lee, Y. H., M. I. Darter, "New Modeling Techniques for Pavement Predictions," Proceedings, The Seventh National Conference on Pavement Engineering, Tamkang University, Taipei, R.O.C., 1993, pp.297-309.
 23. Majidzadeh, K., "Mechanistic Approach to Rigid Pavement Design," Resource International Inc., Columbus, Ohio, USA
 24. Meyer, S.T., Data analysis for Scientists and Engineers, John-Wiley & Sons, Inc., New York, 1976.
 25. Microsoft, "Microsoft FORTRAN PowerStation Professional Development System," User's and Reference Manuals, Microsoft (Taiwan) Corp., 1994.
 26. Oglesby, C. H. and R. G. Hicks, Highway engineering, Fourth Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1982, p.p.737--741.
 27. Salsilli-Murua, R. A., "Calibrated Mechanistic Design Procedure for Jointed Plain Concrete Pavements," Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana, 1991.
 28. Sanders, D. H., R. J. Eng and A.F. Murph, Statistics--A Fresh Approach, McGraw-Hill Book Company, New York, 1985.
 29. Sargious, M., Pavements and Surfacing for Highways and Airport, Applied Science Publishers Ltd., Essex, England, 1975.
 30. Statistical Sciences, Inc., S-PLUS for Windows: User's manual, Vol. 1 and Vol. 2, Seattle, Washington, March 1993.
 31. Stock A. F., et. al., Concrete Pavement, Elsevier Applied Sciences Publisher Ltd., London, 1988.
 32. Tabatabaie-Raissi, A. M., "Structural Analysis of Concrete Pavement Joints," Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana, 1978.
 33. Teller, L. W. and E. C. Sutherland, "The Structural Design of Concrte Pavements," Part 2 - Observed Effects of Variations in Temperature and Moisture on the Size, Shape, and Stress Resistance of Concrete Pavement Slabs, Public Roads, Vol. 16, No. 9, November 1935.
 34. Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N., Theory of Elasticity , 3rd Edition, McGraw-Hill, New York, N.Y., 1970.
 35. Ullidtz, P., Pavement Analysis, Elsevier Science Publisher B.V., Amsterdam, 1987.
 36. Westergaard, H. M., "Analysis of Stresses in Concrete Pavements Due to Variations of Temperature," Proceedings of the Sixth Annual Meeting, Vol. 6, Highway Research Board, National Research Council, 1926, pp.

- 201-217. Also in Publics Roads, Vol. 8, No. 3, May 1927.
37. Westergaard, H. M., "Analytical Tools for Judging Results of Structural Tests of Concrete Pavements," Publics Roads, Vol. 14, No. 10, December 1933, pp.185-188.
 38. Westergaard, H. M., "Computation of Stresses in Concrete Roads," Proceeding of the Fifth Annual Meeting, Vol. 5, Part I, Highway Research Board, National Research Council, 1925 (Published in 1926), pp. 90-112.
 39. Westergaard, H. M., "New Formulas for Stresses in Concrete Pavements of Airfields," American Society of Civil Engineering (ASCE), Transactons, Vol. 113, 1948, pp. 425-444,
 40. Westergaard, H. M., "Stresses Concentrations in Plates Loaded over Small Areas," American Society of Civil Engineering (ASCE), Transactons, Vol. 108, 1943, pp. 831-886,
 41. White, F. M., Fluid Mechanics, 2nd Edition, McGraw-Hill, New York, N.Y., 1986.
 42. Yang, N. C., Design of Functional Pavements, McGraw-Hill Book Company, New York, 1972.
 43. Yoder, E. J. and M. W. Witczak, Principles of Pavement Design, Second Edition, John-Wiley & Sons, Inc., New York, 1975.
 44. Zienkiewicz, O. C., The Finite Element Method, 3rd Edition, McGraw-Hill, New York, N.Y., 1977.

六、圖表

圖一 調整因子建立流程圖

圖二 角隅最大拉應力位置的趨勢示意圖