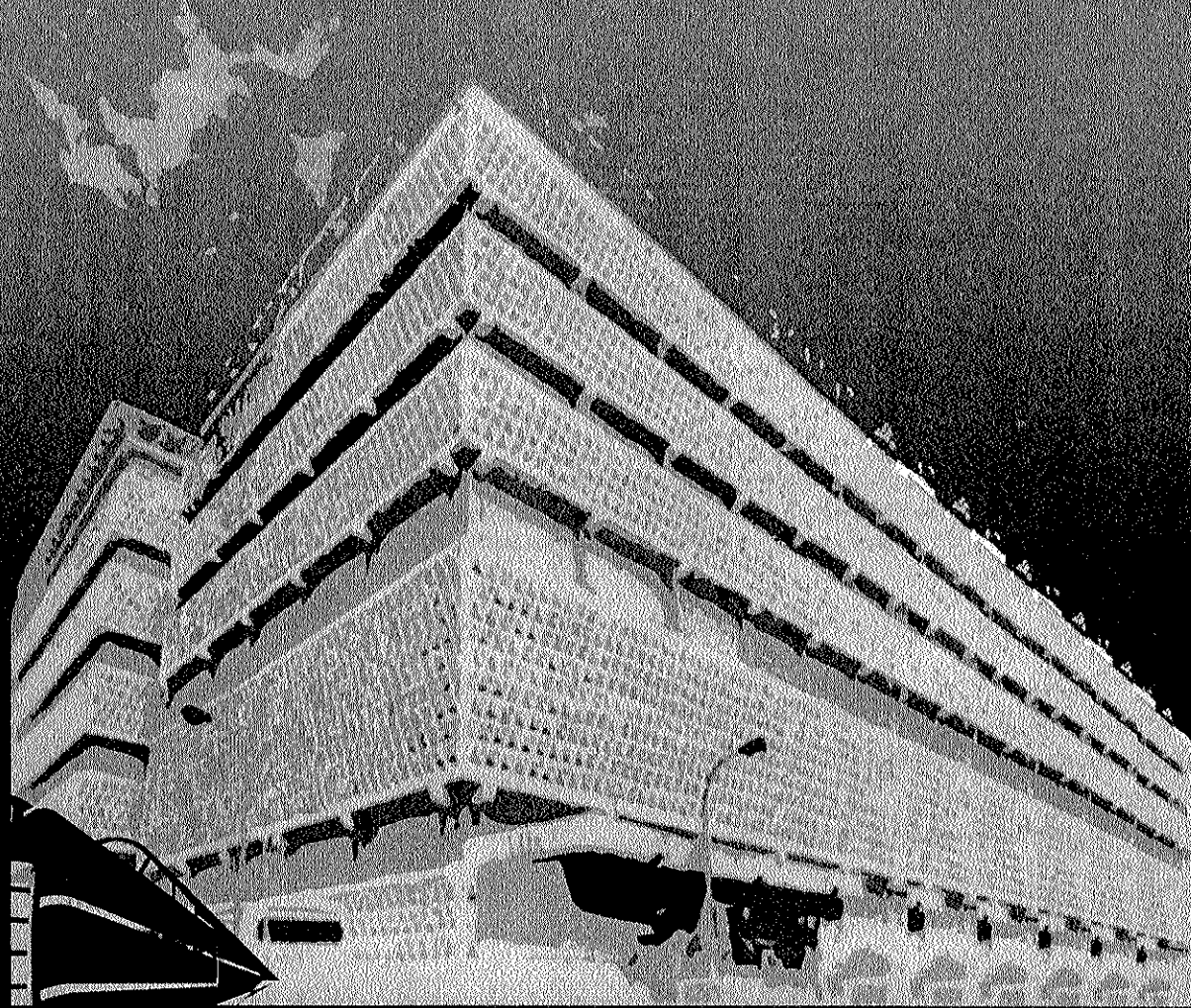


2005
兩岸鐵道工程技術與營運管理
學術研討會論文集



主辦單位
淡江大學技術學院
西南交通大學土木工程學院
2005年12月19 - 21日

55

TKU

運用因次分析的方法分析版式軌道之應力

顏少棠* 李英豪**

摘 要

版式軌道是由鋼軌、扣件、混凝土版與路基組成之複雜系統，若以理想之彈性理論進行分析將無法較精確地掌握其力學行為。而版式軌道在不考慮以鋼筋混凝土或預力混凝土方式設計時，其型態與剛性路面之結構型類似。因此，本研究之主要目的在以軌道力學理論為基礎，結合剛性鋪面力學分析之方式，建立新式的版式軌道力學分析方法。研究中以自由體圖之概念，將版式軌道系統分成軌道與混凝土版之模組，並分別應用軌道力學理論與剛性鋪面之版理論進行分析。本研究採用因次分析的方法，配合三維有限元素法數值運算與統計分析之方式，加入各種無因次參數所組成的調整因子，以此建立新的軌道力學分析程序。

關鍵詞：版式軌道、剛性路面、版理論、因次分析

*淡江大學土木工程學系兼任助理教授

**淡江大學土木工程學系教授

Stress Analysis of Slab Track System Using Dimensional Analysis

Shao-Tang Yen* Ying-Haur Lee**

ABSTRACT

A slab track system consists of the rails, rail-pad-fastener systems, ties, concrete slab, and subgrade. However, the design of slab tracks is similar to that of rigid pavements except that "the loads are applied to the rails connected directly to the concrete slab or through rubber booted block ties". Therefore, the main objective of this study is to investigate their theoretical discrepancies, develop adjustment factors and analysis procedures based on elastic track theory and medium-thick plate theory to account for various practical track conditions more realistically. The track-slab system was separately analyzed using the concept of free body diagram. Based on the elastic track theory and plate theory, several dimensionless parameters were identified and various prediction models were developed. A systematic analysis procedure was developed for future slab track analyses.

Key words: Slab track, Rigid pavements, Elastic track theory, Medium-thick plate theory, Dimensional analysis

* Adjunct Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Tamkang University, Taiwan

** Professor, Department of Civil Engineering, Tamkang University, Taiwan

一、前言

傳統鐵路系採用道碴作為主要結構，在高密度的運輸承載反覆作用下，需要經常性的維修，在結構、安全、經濟等方面為考量上，逐漸面臨挑戰。因此，鐵路工程技術在不斷的更新與改良下，目前發展出新式的軌道形式。新式的軌道技術以較具剛性的材料取代鋼軌以下軌枕與道碴等結構物，被稱為新版下基礎軌道、省力化軌道、無道碴軌道或版式軌道 (Slab Track)。版式軌道是以混凝土版與彈性材料取代傳統軌道鋼軌以下之結構，因而比傳統道碴軌道擁有更佳的強度，亦保有原有道碴的彈性，在高密度列車的重覆載重下較不易產生變形與破壞。此類軌道在穩定度與安全性上都有一定程度的提高。而且根據經驗顯示，在維修次數的降低下，使用版式軌道比使用傳統道碴軌道在經濟效果上具有良好的收益。因此，近年來世界先進的國家皆積極的在版式軌道的技術投入大量的資源進行研究。

版式軌道的力學分析方式除了以理論解做為分析方式外，目前廣為採用的方法是以有限元素(Finite Element)分析。然而，直接採用有限元素分析版式軌道固然可提高分析時的精確性，卻因分析模式建立的方式而無法明確的確認分析結果的正確性。再者，理論解確實有其重要的貢獻。因此，若分析人員可由理論解推展至有限元素分析結果，一方面可以理論解作為基礎而使分析結果有所依據，一方面則可延續力學分析的完整性。另一方面，由相關文獻顯示【1】，版式軌道在不考慮以鋼筋混凝土或預力混凝土方式設計時，其力學型態與剛性路面之的結構型式類似。而 Lee【2】在剛性路面之研究中，成功的以因次分析的方法，建立融合理論解與有限元素分析的剛性路面力學分析程序。因此，本研究主要的目的在於以理論解為出發點，透過嚴謹的研究方法，進而以有限元素的分析為輔助，建立一個完整的力學分析程序。

本文首先針對版式軌道的力學分析理論解進行推導，由理論解找出決定結構反應的主要控制參數，再以 ABAQUS 程式建立分析模型，進行一系列的有限元素分析，以應驗證主要控制參數的正確性。接著，研究中以次結構(Substructure)觀念，將版式軌道分成鋼軌與扣件模組、以及混凝土軌道版模組兩個部份，應用自由體圖來分解力學後，分析其力學反應，最後再將之整合，建立一種新式的分析程序。

根據上述的分析程序，本文以因次分析的方式，透過研究過程中推導理論解所發現的主要控制參數為基礎，藉由 ABAQUS 程式進行一系列的有限元素分析，並由分析結果建立結構反應的資料庫。隨後應用統計軟體 S-PLUS 程式針對資料庫中的力學反應，進行投影追逐迴歸分析，建立各種不同的軌道力學的預估模式。之後，本研究以軌道力學的理論解，配合所建立的預估模式求得鋼軌作用在扣件上的反力。接著，以此反力透過剛性鋪面的分析架構，求解混凝土軌道版上的應力，完成整體性的分析程序。最後，本文以此分析程序進行案例分析，並與 ABAQUS 建立之分析模型的運算結果相互驗證，根據驗證結果顯示，兩者之結果達到相當程度的吻合。

二、軌道應力分析方法

2.1 理論分析

版式軌道所應用的理論基礎為雙重彈性基礎樑理論【3,4,5】。根據此理論，假設軌道系統上的鋼軌與混凝土版被視為系統中兩種不同材料的連續樑，扣件系統與路床等構件則假設以彈性基礎形式所取代，分析時以圖 1 之結構表示，其中 E_s 為鋼軌的彈性模數 $[FL^{-2}]$ ， I_s 鋼軌的慣性矩 $[L^4]$ ， E_c 為混凝土版的彈性模數 $[FL^{-2}]$ ， I_c 混凝土版的慣性矩 $[L^4]$ ， u_1 與 u_2 分別代表上下梁的支承彈簧的反力模數 $[FL^{-2}]$ 。在此應用圖 1 之結構，可建立兩個彈性連續樑上的力學關係式，公式 1 表示彈性連續樑上系統力平衡的結果，其中 y_1 與 y_2 分別表示鋼軌與混凝土版的撓度 $[L]$ ； p_1 與 p_2 表示作用在兩個連續樑上的分佈載重 $[FL^{-1}]$ ， p_1 、 p_2 與鋼軌支承彈性係數 u_1 、 u_2 的關係可以 $p_1 = u_1(y_1 - y_2)$ 、 $p_2 = u_2 y_2$ 表示，以此關係推導公式 1 可求得雙重彈性基礎樑的通解，內容如公式 2 所示。

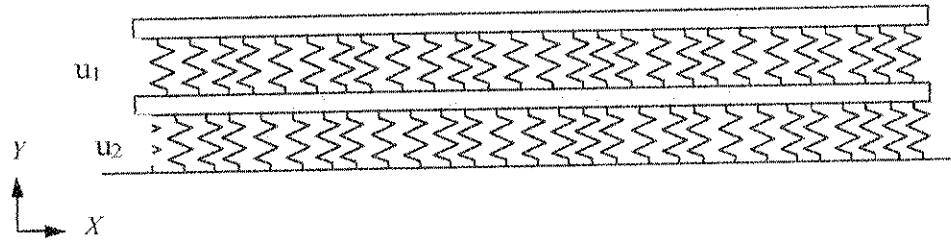


圖 1 雙重彈性基礎樑示意圖

$$\begin{cases} E_s I_s \frac{d^4 y_1}{dx^4} + p_1 = 0 \\ E_c I_c \frac{d^4 y_2}{dx^4} + p_2 = p_1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} y_1 &= A_1 e^{-\kappa x} \cos \kappa x + A_2 e^{-\kappa x} \sin \kappa x + A_3 e^{-\omega x} \cos \omega x + A_4 e^{-\omega x} \sin \omega x \\ &\quad + A_5 e^{\kappa x} \cos \kappa x + A_6 e^{\kappa x} \sin \kappa x + A_7 e^{\omega x} \cos \omega x + A_8 e^{\omega x} \sin \omega x \\ y_2 &= B_1 e^{-\kappa x} \cos \kappa x + B_2 e^{-\kappa x} \sin \kappa x + B_3 e^{-\omega x} \cos \omega x + B_4 e^{-\omega x} \sin \omega x \\ &\quad + B_5 e^{\kappa x} \cos \kappa x + B_6 e^{\kappa x} \sin \kappa x + B_7 e^{\omega x} \cos \omega x + B_8 e^{\omega x} \sin \omega x \end{aligned} \quad (2)$$

其中， A_i 、 B_i 為積分常數，可由邊界條件求得。 κ 、 ω 為 E_s 、 I_s 、 E_c 、 I_c 、 u_1 與 u_2 所組成的轉換係數。若假設為無限長連續樑系統以荷重作用點為原點，則可設定原點與無限長處的邊界條件，進而求得無限長樑在載重 P 作用下，軌道與混凝土版之撓度理論解，以公式 3 表示。

$$\begin{aligned} y_1 &= \left[\frac{\varepsilon}{\kappa^3} \varphi_1(\kappa x) - \frac{1}{\omega^3} \varphi_1(\omega x) \right] \cdot \frac{1}{4(\varepsilon - 1)} \cdot \frac{P}{2E_s I_s} \\ y_2 &= \eta \left[\frac{1}{\kappa^3} \varphi_1(\kappa x) - \frac{1}{\omega^3} \varphi_1(\omega x) \right] \cdot \frac{1}{4(\varepsilon - 1)} \cdot \frac{P}{2E_s I_s} \end{aligned} \quad (3)$$

由於公式 3 的推導程序甚為複雜，在其過程中必須引用甚多轉換係數來進行，公式推導中定義 $\alpha = u_1/E_s I_s$ 、 $\beta = u_1/E_c I_c$ 、 $\gamma = u_2/E_c I_c$ ，並由這些參數整合成 U_1 、 $U_2 = \left(-(\alpha + \beta + \gamma) \pm \sqrt{(\alpha - \beta - \gamma)^2 + 4\alpha\beta} \right) / 2$ ，式 3 中的 $\omega = \sqrt[4]{-U_1/4}$ 、 $\kappa = \sqrt[4]{-U_2/4}$ ， $\varepsilon = (U_2 + \alpha)/(U_1 + \alpha)$ 、 $\eta = (U_2 + \alpha)/\alpha$ 。式中的 $\varphi_1(\beta x)$ 為齊姆曼函數，為一系列正弦與餘弦函數的組合，透過此函數可求得的撓度解的通式如式 3 所示，並進而利用彈性力學的方法應用 $dy/dx = \theta$ 、 $M = -EI(d^2y/dx^2)$ 、 $V = -EI(d^3y/dx^3)$ 等關係亦可求得雙重彈性樑上任意位置的轉角、彎距與剪力反應【6】。此外，當載重 P 作用在鋼軌上時，荷重作用點 $x=0$ 所鋼軌上的撓度與彎距，以及混凝土版上的撓度與彎距，分別可用以下公式表示：

$$\delta_1 = \left[\frac{\varepsilon}{\kappa^3} - \frac{1}{\omega^3} \right] \frac{1}{4(\varepsilon - 1)} \cdot \frac{P}{2E_s I_s} \quad (4)$$

$$\delta_2 = \eta \left[\frac{1}{\kappa^3} - \frac{1}{\omega^3} \right] \frac{1}{4(\varepsilon - 1)} \cdot \frac{P}{2E_s I_s}$$

$$M_1 = \left[\frac{\varepsilon}{\kappa} - \frac{1}{\omega} \right] \cdot \frac{1}{4(\varepsilon - 1)} P \quad (5)$$

$$M_2 = \eta \cdot \left[\frac{1}{\kappa} - \frac{1}{\omega} \right] \frac{P}{4(\varepsilon - 1)} \cdot \frac{E_c I_c}{E_s I_s}$$

2.2 有限元素分析

當吾人使用理論解分析版式軌道時，對於複雜度甚高的版式軌道系統忽略了太多的影響因素，而在許多條件過於理想化的條件下，不能符合實際情況。因此，工程人員為瞭解決此類問題，目前以有限元素法進行軌道力學的分析為主要趨勢，而本研究採用 ABAQUS 程式做為分析的主要工具。

本文根據已完成的研究成果【7,8】，針對組成版式軌道各項元件的模擬元素進行詳細的分析與探討。並且進行一系列的收斂性分析，選擇 ABAQUS 程式所提供最適當的元素作為模擬元件。並經由收斂性分析探討元素的配置、網格的切割等項目。最後，並由分析結果考慮分析之精確性與電腦資源應用之經濟性，建立最佳化的版式軌道有限元素分析模型。

2.3 因次分析法

因次分析的方法考慮理論方程式的無因次形式，由一組與資料相關的無因次參數，代表多項有因次的變數間的繁複組合的最簡化關係，所以，在資料的分析上，可以減少相關參數的數目，並可節省相當多的時間與成本。李英豪【2】曾利用因次分析的方法，針對剛性鋪面進行相當深入之研究，由此建立嶄新的剛性鋪面應力分析程序，並以此研究加以延伸，修正 PCA 剛性鋪面設計法建立 PCAWIN 程式【9】。並以 PCA 剛性鋪面設計法為基礎，修正輪軸荷重型態與鋪面材料特性等影響，建立了新的剛性鋪面設計程式 TKUPAV【10】。以及修正

LEDFAA 剛性鋪面設計法，建立了 TKUAPAV 機場剛性鋪面設計程式等研究成果【11】。這些研究成果若能與版式軌道系統整合，對於整體的力學分析模式，將有很大的助益。

本研究應用上述之相關的研究經驗，對於軌道力學的無因次參數的定義進行深入的探討，並利用此成果對於軌道力學的參數辨識與預估模式之構建加以應用。以建立嶄新的版式軌道應力分析程序。

2.2 主要控制參數

本研究由彈性基礎樑理論解的推導過程中辨識出軌道結構反應中的主要控制參數，並藉由一系列不同參數的組合應用理論分析驗證辨識參數的正確性。本文將相同軌道所使用的輸入參數組合，以有限元素分析軌道系統之反應，並將分析的結構反應與理論解進行比較，更進一步驗證所辨識參數的正確性。

根據筆者在剛性鋪面相關研究之經驗顯示【12】，所有預估模式中的主要控制參數皆與相對勁度半徑有關。相對勁度半徑之意義乃在表現混凝土版之彈性模數 E 與路床反力模數 k 之“相對”性，而觀察彈性基礎樑理論解的內容亦有相似的地方。因此，本研究新定義版式軌道的軌道相對勁度半徑，如以下所示：

$$\ell_r = \sqrt[4]{\frac{E_s I_s}{u_1}} \quad (6)$$

$$\ell_{rk} = \sqrt[4]{\frac{E_c I_c}{u_1}} \quad (7)$$

$$\ell_k = \sqrt[4]{\frac{E_c I_c}{u_2}} \quad (8)$$

公式 6 至公式 8 分別表示鋼軌與扣件的相對勁度半徑、混凝土版與扣件的相對勁度半徑、以及混凝土版與路床的相對勁度半徑。本文以因次分析的方式，將雙重彈性樑理論公式與所辨識的控制參數進行彙整，針對不同的控制參數組合進行分析與驗證【6】。分析結果發現，無因次控制參數 ℓ_r/ℓ_{rk} 、 ℓ_r/ℓ_k 為主要的控制參數。當 ℓ_r/ℓ_{rk} 、 ℓ_r/ℓ_k 保持定值時，由有限元素分析結果所彙整的正規化鋼軌撓度 $\frac{\delta_1 E_s I_s}{Pl_r^3}$ 、正規化混凝土版撓度

$\frac{\delta_2 E_c I_c}{Pl_r^3}$ 與正規化鋼軌彎距 $\frac{M_1}{Pl_r}$ 、正規化混凝土版彎距 $\frac{M_2}{Pl_r}$ 皆維持固定。最後可確定的控

制參數可由下式表示：

$$\frac{\delta E_s I_s}{Pl_r^3}, \frac{M}{Pl_r} = f\left(\frac{\ell_r}{\ell_{rk}}, \frac{\ell_r}{\ell_k}, \frac{L}{\ell_r}, \frac{s}{\ell_r}, \frac{a}{\ell_r}\right) \quad (9)$$

其中， L 為軌道長、 s 為扣件(軌枕)間隔、 a 為均布載重之荷重半徑。

三、分析理念

以上的理論解假設了許多的理想狀況，若以此分析與實際的軌道存在著一定程度的差異。本文針對這些差異的影響進行探討，以因次分析的方法求得在不同條件下軌道結構反應的修正方式，以求得最精準的分析結果。因此，本文將整合理論解與有限元素分析兩者之精髓，應用過去的研究經驗採用因次分析的方式驗證軌道力學的控制參數。並建立軌道結構反應的有限元素分析資料庫，配合最新的統計迴歸技術，建立由軌道力學的理论解為基礎的應力與撓度調整因子，使用者藉此調整因子可迅速的由理論解得到有限元素分析應力預估值。

在現實的環境中，版式軌道的結構與理論解所模擬的情況之不同處甚多，本研究針對兩者間的差異處進行探討，進而發現可作為銜接兩者之環節，使用應力與撓度調整因子將理論解逐步修正至符合實際版式軌道的結構。其中調整因子包括理論解與三維有限元素分析模式的差距、有限扣件間距的調整、扣件組作用載重的調整、有限版長的調整、軌距的調整、多輪軸調整等，應用本研究之成果與單一輪軸載重之預估方程式組相互運用將可求出接縫式混凝土鋪面版中的結構反應。利用調整因子計算軌道應力，其程序如圖 2 所示：

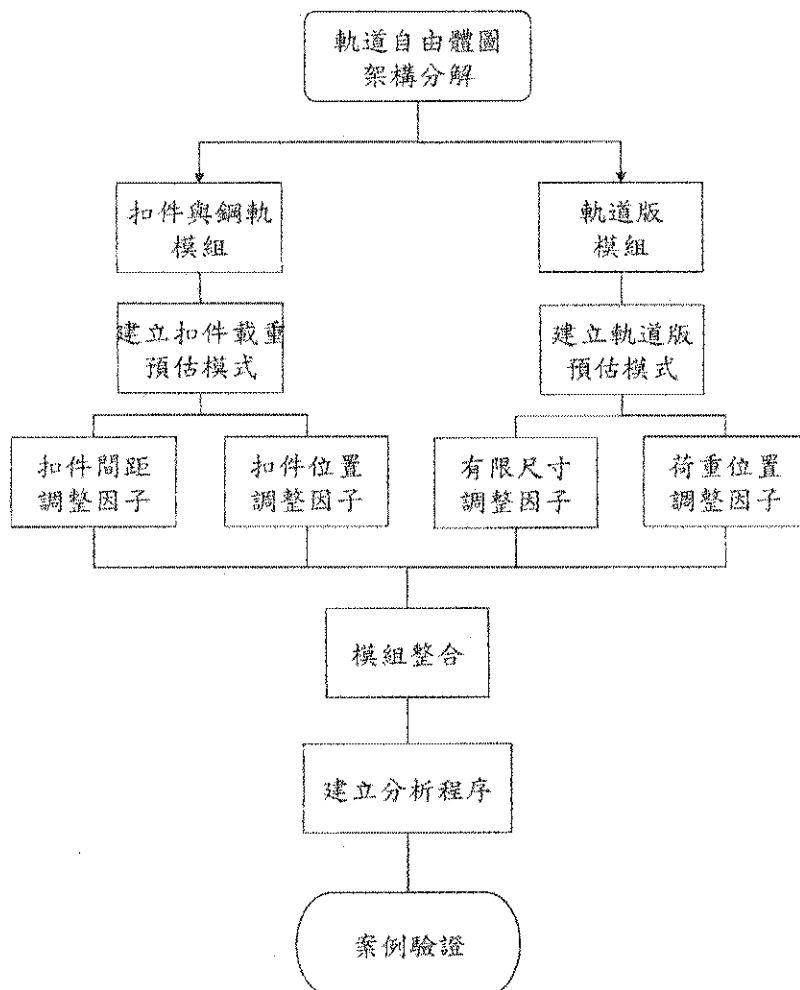


圖 2 建立分析程序之流程

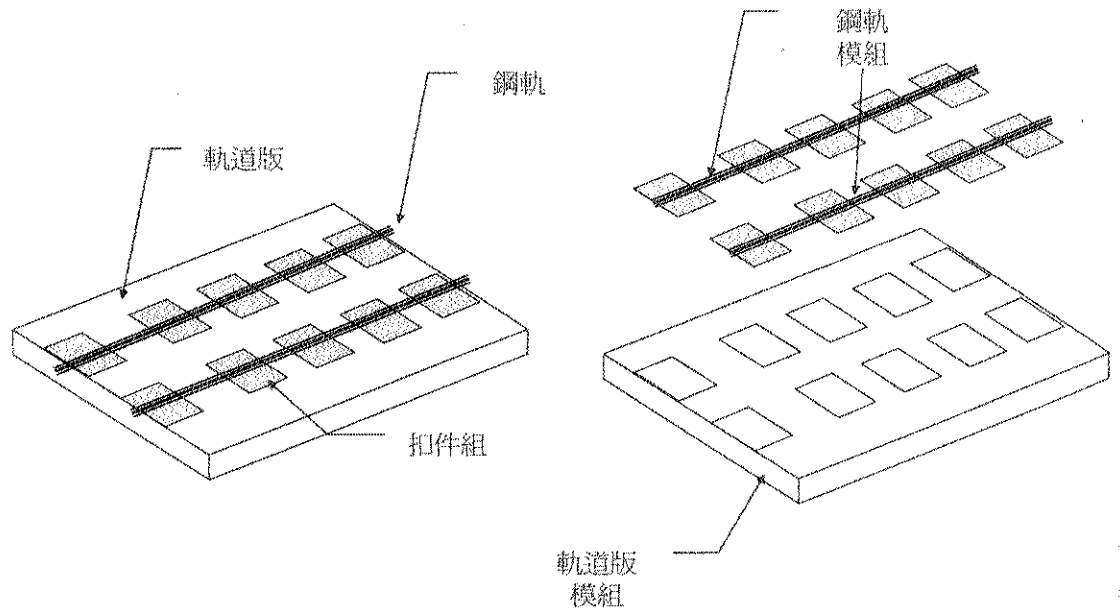


圖3 軌道模組分解

本研究以次結構之分析理念，將版式軌道分成如圖3兩個模組，分別是鋼軌與扣件模組、軌道版模組兩個部分。在進行應力分析時，根據軌道承受列車載重在兩個模組中產生的反應加以探討，最後將不同模組的分析結果加以組合以得到軌道系統的力學反應，將彈性基礎樑理論與的版理論結合。如此，將軌道模組分解後對於分析時，所需處理參數的複雜度，將遠比整體結構同時分析時之複雜度小。

圖4為根據自由體圖的概念，將版式軌道承受載重後受力分佈情形。圖中當鋼軌承受列車載重 P 時，鋼軌下方亦承受來自於扣件的反力 F_i ，同時每個扣件會將反力 F_i 以分佈載重 q_i 作用在軌道版上；因此，系統中的軌道版模組可視為單純的混凝土版塊置放在彈性基礎上，版上承受數個來自於扣件所傳遞下來的均佈載重，如此在軌道版部分將可應用剛性鋪面的力學原理來分析。

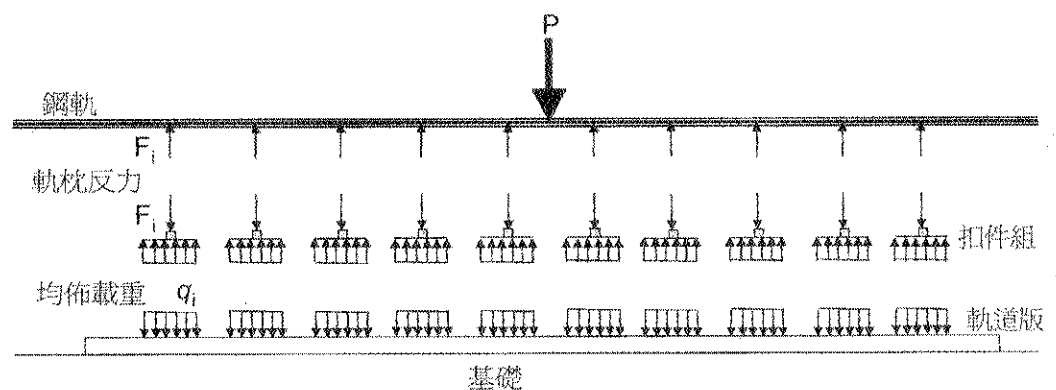


圖4 版式軌道受力自由體圖

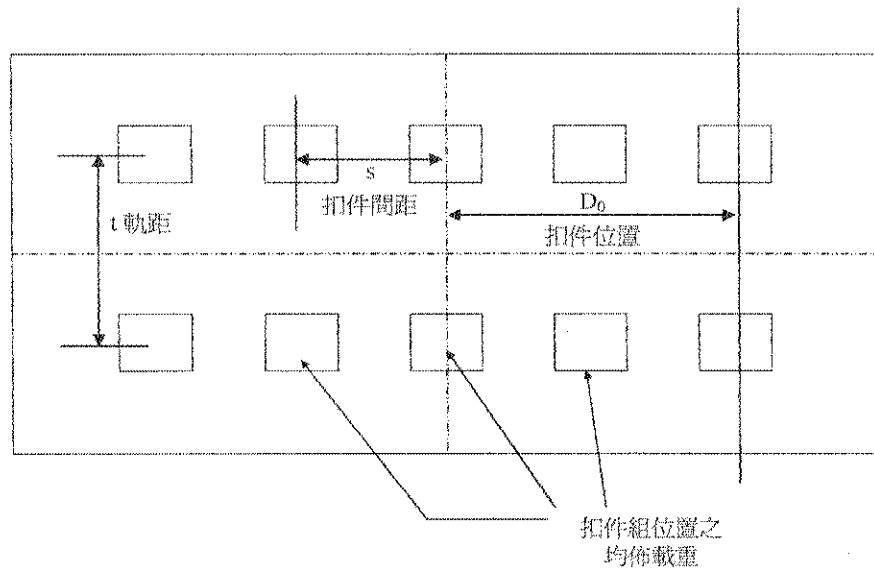


圖 5 扣件反力分佈於軌道版上示意圖

圖 4 中傳遞至混凝土軌道版上的扣件反力，就如同圖 5 所示，以布設在版上的扣件位置以均佈載重作用在混凝土版上。這樣的力學形式，可以視為有數個不同的均佈載重直接作用在版上，即為剛性鋪面承受多輪軸載重的型態。因此，可延續李英豪【13】在剛性鋪面相關的研究成果，應用 Westergaard 中央應力公式，配合各種應力預估公式求解，以此得到版式軌道中混凝土版的臨界應力。

四、預估模式之建立

4.1 鋼軌與扣件模組之分析

扣件有效載重區域

圖 6 載重 P 作用在軌道時扣件反力 F_i 將被轉換成均佈載重 q_i 作用在軌道版上，如此將有數個均佈載重 $q_0 \sim q_i$ 作用在版上。然而，如圖 6 所示，作用在版上的 q_i 均佈載重大小將會隨著距離結構原有載重 P 位置而改變，在載重 P 位置下方均佈載重值 q_0 最大，當均佈載重 q_i 的位置與載重 P 位置距離越遠的 q_i 值將越小。當扣件與載重 P 的距離達到一定程度以上的長度，則可忽略對臨界位置的影響。本研究定義此距離為扣件有效載重區域，且由研究結果顯示，當無因次因子 $x/\ell_p > 3$ 的分析結果，即可表示完整模式的反應，本研究將此定義為扣件有效載重範圍。

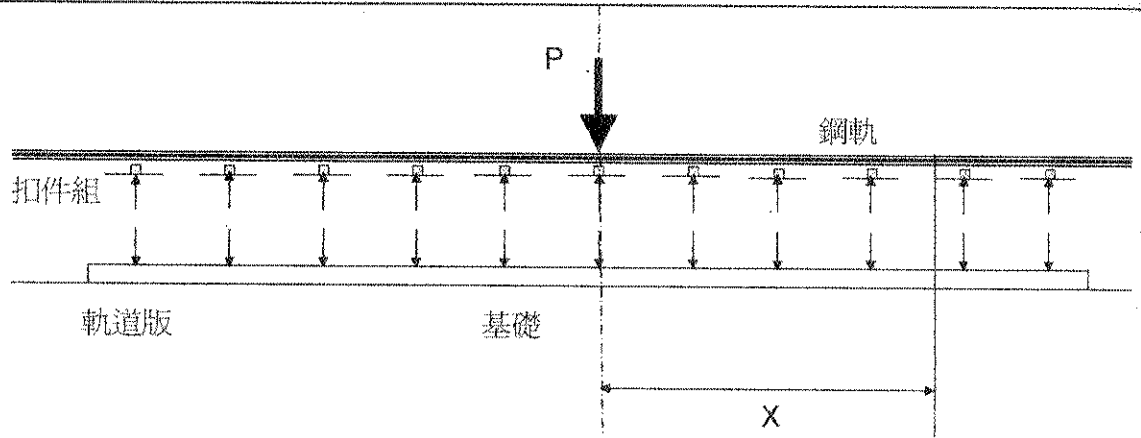


圖 6 扣件有效載重區域示意圖

扣件反力預估模式

當 P 載重作用在鋼軌上傳遞時，扣件反力 F_i 分佈將呈現類似齊姆曼函數之反應。因此，只要求得 P 載重作用位置的最大扣件反力 F_0 ，即可預估所有扣件的反力 F_i 。根據本研究針對軌道參數辨識與驗證的過程中得到雙重彈性樑理論的主要控制參數為 ℓ_{rk}/ℓ_r 、 ℓ_k/ℓ_r ，而由橫枕理論得知正規化扣件間距 s/ℓ_r 【12】為另一個主要控制參數。因此 P 載重與最大扣件反力 F_0 間的關係可以公式 10 表示。而最大扣件反力 F_0 與任意位置扣件反力 F_i 間的關係，可確定兩者的間的關係和 F_i 扣件位置與 F_0 位置之間的距離 x 有關。經由嚴謹的分析後發現，其公式如公式 11 所示。

$$R_{F_0} = \frac{F_0}{P} = f\left(\frac{\ell_{rk}}{\ell_r}, \frac{\ell_k}{\ell_r}, \frac{s}{\ell_r}\right) \quad (10)$$

$$R_{F_i} = \frac{F_i}{F_0} = f\left(\frac{s}{\ell_r}\right) \quad (11)$$

多輪軸調整因子

利用公式 10 與公式 11 計算單一系列車軸重 P 作用在軌道時扣件之反力，所進行的分析是採用單一軸重作用下軌道上的結構反應。然而，一般實際情形作用在軌道上的車輛均有兩根以上車軸所構成的車架，因此應用單一軸重作用的分析模式不能滿足實際設計的需要。有鑑於此，本研究對於多輪軸作用的影響亦採用因次分析的方式，將多輪軸作用的組成反應轉換成可用單一軸重預估的調整因子。

本研究考慮多輪軸作用在軌道上時以一個車架組將載重作用在鋼軌上為基準，而使用的一組車架中包含兩個輪軸，因此作用載重為兩個以軸距 D_a 分佈在鋼軌上的單軸作用，當車架組中的兩個輪軸之軸距 D_a 不同時，作用在鋼軌與軌道版上的結構反應將隨著此條件的不同而有差異。當 $D_a=0$ 時為兩個單軸作用在同一個位置，可視為一個單軸作用，此時臨界的扣件反力為 $F_{0(D_a=0)}$ 。當兩個單軸軸距 D_a 時臨界的扣件反力為 $F_{0(D_a)}$ 。因此，以不同的 $F_{0(D_a)}$ 比上 $D_a=0$ 時的 $F_{0(D_a=0)}$ 可得到多輪調整因子 R_{D_a} ，應用此調整因子

則可應用單一輪軸的反應預估多輪作用時的反應。其調整因子如公式 12 所示。

$$R_{D_2} = f\left(\frac{D_w}{\ell_r}\right) \quad (12)$$

4.2 軌道版模組之分析

扣件所傳遞的均佈載重以數個區域分佈在版上，這樣的結構與載重作用型式可視為剛性鋪面受到多輪作用的情況。因此，可利用鋪面相關研究所建立的預估公式來求得版上的力學反應。

文獻【13】中提到分析剛性鋪面多輪軸載重的方式，以 Westergaard 中央應力公式配合預估公式求解，分析時採用公式 13 計算，其中 σ_w 表示應用 Westergaard 中央應力公式所計算的應力值， R_G 為根據不同輪軸組成的調整因子【6】， R_{LW} 為有限版長與版寬之調整因子，應用此式可省略複雜的有限元素計算步驟，立即估算多輪軸載重作用在有限尺寸之鋪面時的應力反應。

$$\sigma_{FEM} = \sigma_w \times (R_G \times R_{LW}) \quad (13)$$

$$\sigma_w = \frac{3}{2\pi} (1 + \mu) \frac{P}{h^2} \left[\left\{ \ln \frac{2\ell}{a} \right\} - \gamma + 0.5 + \frac{\pi}{32} \left(\frac{a}{\ell} \right)^2 \right]$$

σ_w : Westergaard 中央載重時版底部的最大拉應力, [FL⁻²];

ℓ : 相對勁度半徑, [L];

P: 載重, [F];

a: 載重區域半徑, [L];

γ : Euler's constant (=0.577215664901

本文進行軌道版應力分析時，亦是以 Westergaard 中央應力為基礎，配合調整因子來進行軌道版上的結構反應預估。其中包含：有限尺寸的調整因子 R_{LW} 、輪軸輪軸調整因子 R_G 、與荷重位置對版中央位置結構反應的調整因子 R_{D0} 。

4.3 預估模式之建立

以上所提及的應力預估模式是經過嚴謹的過程所完成。研究中首先以因次分析的概念，規劃以主要控制參數為主規劃一系列的分析模式。接著，進行有限元素的運算，並由分析結果中搜集完整力學反應來建立資料庫。最後，以投影追逐迴歸 (Projection Pursuit Regression, PPR) 分析，建立預估模式。本研究對於鋼軌與扣件模組、軌道版模組兩個部分都建立了一系列的預估模式【6,13】，本文以其中二例做為範例，將在以下進行詳盡的介紹。

$$\begin{aligned}
 R_{F_0} &= 0.64903 + 0.28037\Phi_1 + 0.03782\Phi_2 \\
 \Phi_1 &= -2.302 + 2.729A_1 - 2.310A_1^2 - 56.964A_1^3 - 74.696A_1^4 \\
 \Phi_2 &= -2.346 - 25.790A_2 - 78.043A_2^2 - 95.504A_2^3 - 41.271A_2^4 \\
 A_1 &= 0.0034x_1 + 0.0001x_2 - 0.0497x_3 + 0.9987x_4 + 0.0098x_5 \\
 A_2 &= -0.2056x_1 - 0.0016x_2 - 0.0470x_3 + 0.8708x_4 - 0.4441x_5 \\
 X &= [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5] = \left[\frac{l_{rk}}{l_r}, \frac{l_k}{l_r}, \frac{s}{l_r}, \log\left(1 + \frac{s}{l_r}\right), \log\left(1 + \frac{s}{l_k}\right) \right] \\
 \text{Statistics: } N &= 2430, R^2 = 0.9995, \text{ SEE} = 0.0063 \\
 \text{Limits: } 1.25 &\leq \frac{l_{rk}}{l_r} \leq 4.50, 0.59 \leq \frac{l_k}{l_r} \leq 8.03, 0.31 \leq \frac{s}{l_r} \leq 9.39
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

鋼軌最大扣件反力預估模式

公式 10 為最大扣件反力預估模式，本研究為了建立此公式，由主要控制參數 l_{rk}/l_r 、 l_k/l_r 、與 s/l_r 設定特定的參數範圍，分別是 $l_{rk}/l_r = 1.25, 2.00, 3.00, 3.75, 4.50$ 、 $l_k/l_r = 0.59, 2.08, 3.57, 5.05, 6.54, 8.03$ 、與 $s/l_r = 0.31 \sim 9.96$ 建立 2430 組分析資料庫。以投影追逐迴歸法建立最大扣件反力的預估公式，應用分析資料庫所建立的預估方程式如公式 14 所示。分析投影圖如圖 7 所示。利用此公式可預估在特定結構條件下的軌道受外力 P 作用時，扣件上產生的最大反力 F_0 。

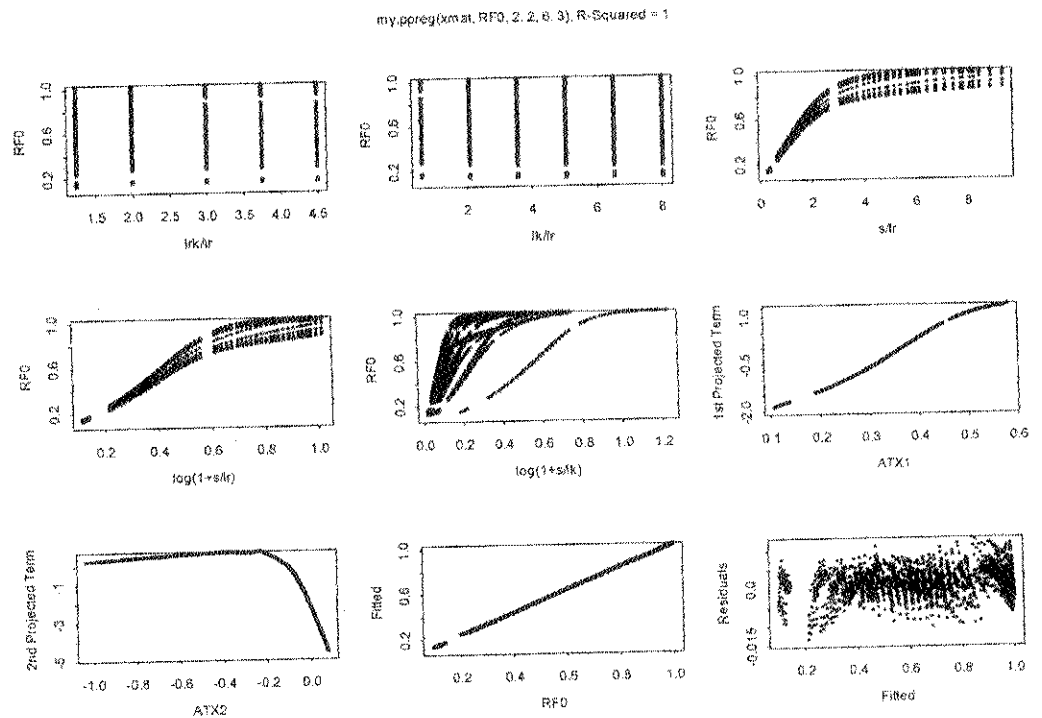


圖 7 最大扣件反力預估因子投影模式圖

軌道版載重位置調整因子

圖 5 中沿著鋼軌方向分佈著不同扣件作用在版上的載重由於每個載重的大小都不相同，因此可應用每一個扣件荷重對於版中央臨界位置所貢獻的結構反應值，以線性累加的方式將所有的荷重對於版的影響加以求得。

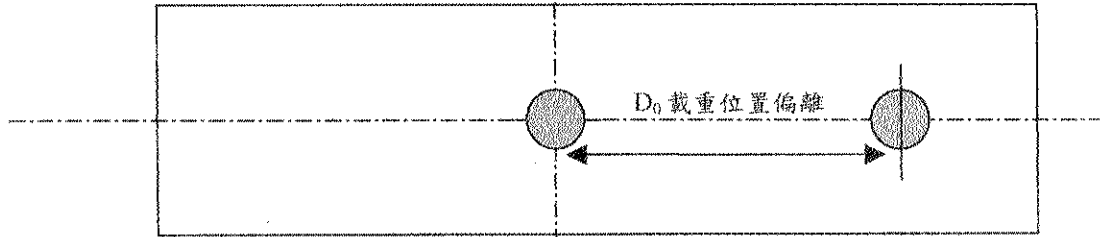


圖 8 載重位置偏離中央示意圖

圖 8 作用在版上的載重將會因為偏離版中央位置 D_0 而使應力折減，當荷重作用在版中央位置 $D_0=0$ 時，版中央位置得到的應力為 $\sigma_{D_0=0}$ ，而載重作用在偏離中央位置 D_0 距離時，版中央位置的應力為 σ_{D_0} 。當偏離的距離 D_0 逐漸增加時，該位置的載重對於中央位置的應力影響將越來越小，而 D_0 增加到一定程度時該位置的載重對於中央位置的應力影響將可忽略。此一應力的折減可以 $\sigma_{D_0}/\sigma_{D_0=0}$ 來表示，本研究定義為載重位置偏離的調整因子 R_{D_0} 。本研究以 $a/\ell=0.05\sim 0.4$ ， $D_0/\ell=0.0\sim 5.32$ 來建立公式。利用投影追逐迴歸分析後，得到 R_{D_0} 預估方程式組，與投影曲線關係圖如圖 9。

$$R_{D_0} = \frac{\sigma_{D_0}}{\sigma_{D_0=0}}$$

$$R_{D_0} = 0.20281 + 0.27817\Phi_1 + 0.01147\Phi_2$$

$$\Phi_1 = 2.2307 + 3.9926(A1) + 2.2017(A1)^2 + 0.5347(A1)^3 + 0.0468(A1)^4$$

$$\Phi_2 = 8.8856 - 76.252(A2) + 196.14(A2)^2 - 195.82(A2)^3 + 66.748(A2)^4$$

$$A1 = -0.74978x1 + 0.66168x2 - 0.00417x3$$

$$A2 = 0.11226x1 + 0.99368x2 + 0.00237x3$$

$$X = [x1, x2, x3] = \left[\frac{a}{\ell}, \frac{D_0}{\ell}, \frac{D_0}{a} \right]$$

$$\text{Statistics: } N = 78, R^2 = 0.988, \text{SEE} = 0.03$$

$$\text{Limits: } 0.05 \leq \frac{a}{\ell} \leq 0.4, 0 \leq \frac{D_0}{\ell} \leq 5.3$$

(15)

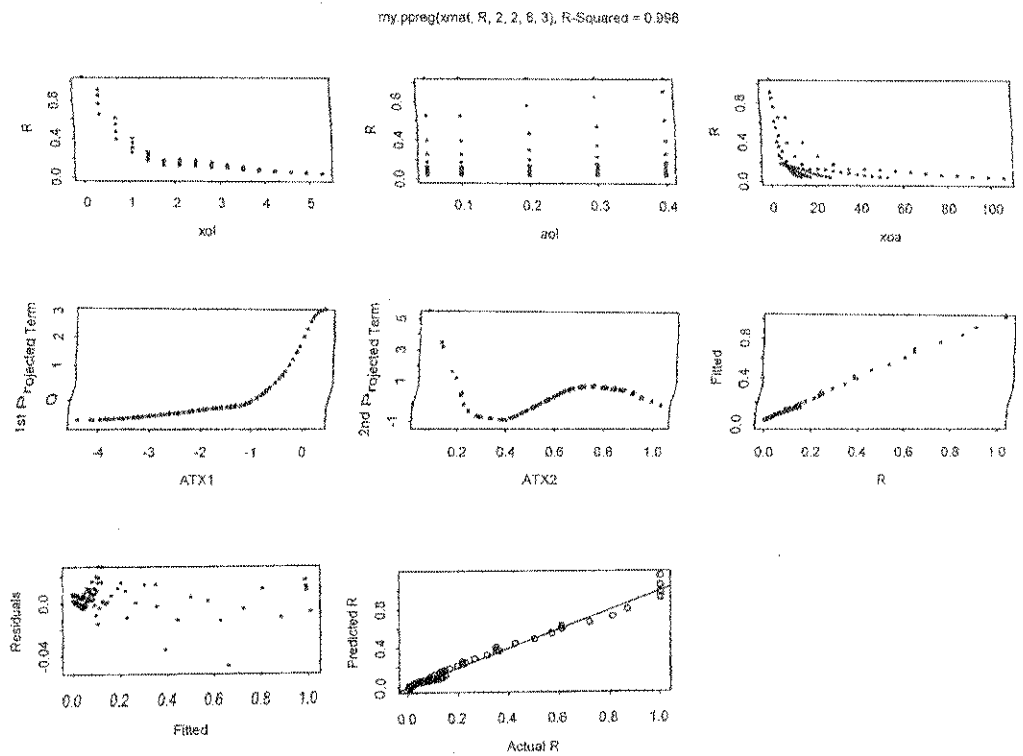


圖 9 R_{D0} 預估模式之投影模式圖 (應力反應)

五、應力分析程序

綜合上述研究步驟所得到的結果可建立軌道版的應力分析程序，其分析流程如 10 所示，詳細步驟由以下說明。

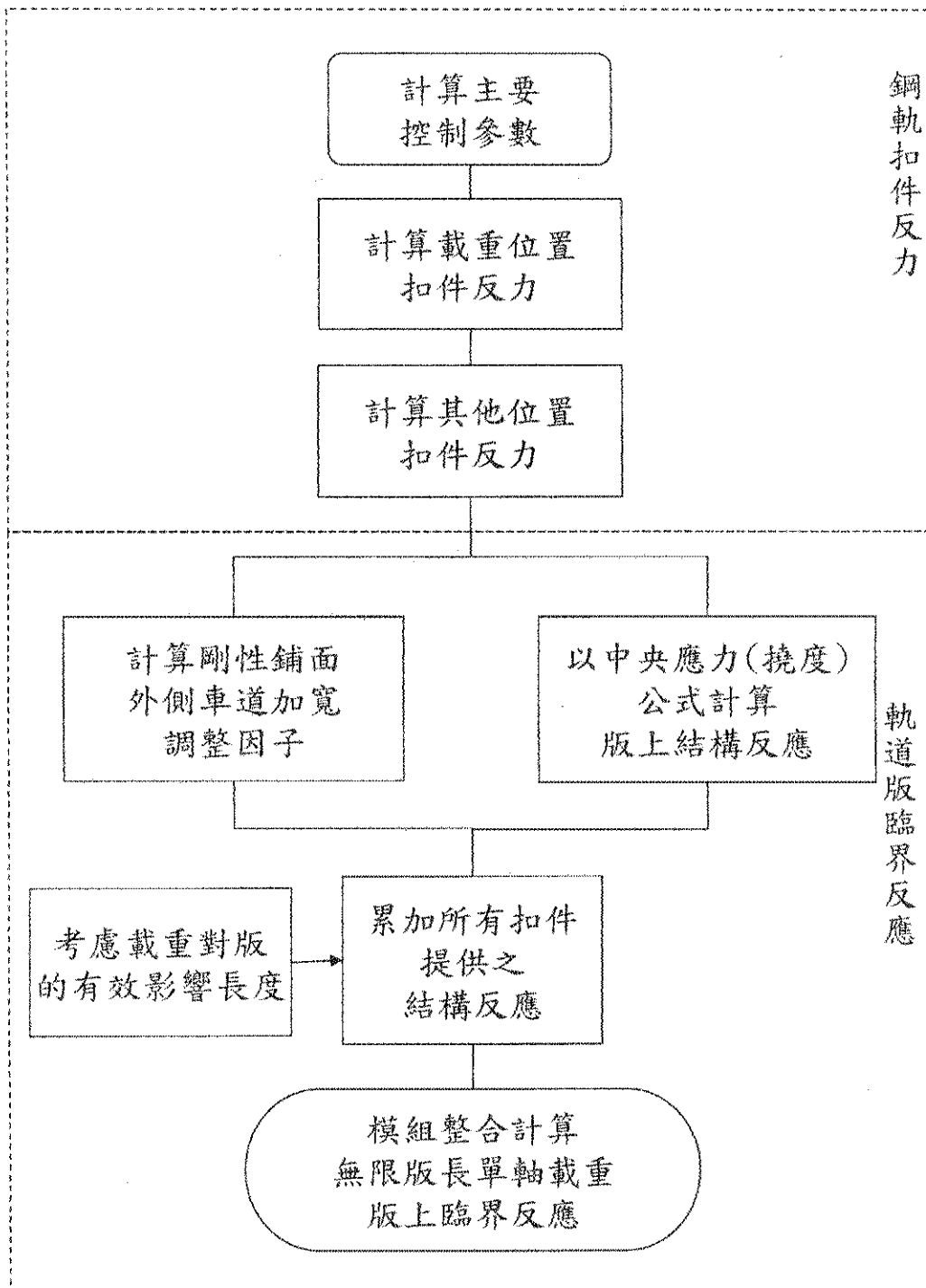


圖 10 版式軌道應力分析流程

表 1 案例驗證資料表

P	E_c	I_c	u_1	E_c	I_c	u_2	h_c	k	W	ABAQUS	TKUTRACK
kN	GPa	cm ⁴	MPa	GPa	cm ⁴	MPa	cm	MN/m ³	m	MPa	MPa
9.81	235	2000	105	20	312340	57	22	26.4	3.52	0.11	0.11
14.715	235	2000	105	20	171070	57	18	26.4	3.52	0.21	0.21
14.715	235	2000	105	20	50688	57	12	26.4	3.52	0.36	0.37
29.43	235	2000	105	20	312340	57	22	26.4	3.52	0.33	0.33
29.43	235	2000	105	20	120150	57	16	26.4	3.52	0.49	0.50
29.43	235	2000	105	20	50688	57	12	26.4	3.52	0.72	0.74
49.05	226	4000	241	25	55296	130	12	55.5	3.84	1.11	1.14
49.05	226	4000	241	25	702460	130	28	55.5	3.84	0.34	0.35
73.575	226	4000	241	25	864000	130	30	55.5	3.84	0.47	0.47
73.575	226	4000	241	25	702460	130	28	55.5	3.84	0.51	0.52
98.1	216	6000	416	29	756000	225	30	109.6	3.36	0.60	0.60
147.15	226	4000	241	25	864000	130	30	55.5	3.84	0.95	0.94
147.15	206	8000	644	34	497580	347	28	209.5	2.72	0.96	0.98
196.2	196	10000	941	41	304650	508	26	400.5	2.08	1.46	1.49
196.2	196	10000	941	41	380500	508	28	400.5	2.08	1.36	1.33
220.725	206	8000	644	34	612000	347	30	209.5	2.72	1.34	1.33
220.725	206	8000	644	34	497580	347	28	209.5	2.72	1.45	1.47
294.3	216	6000	416	29	756000	225	30	109.6	3.36	1.79	1.79
441.45	206	8000	644	34	612000	347	30	209.5	2.72	2.68	2.65
588.6	196	10000	941	41	380500	508	28	400.5	2.08	4.07	4.00

本研究並針對 TKUTRACK 程式之分析進行驗證，表 1 為 20 個分析個案的資料，其中包含 TKUTRACK 程式之分析結果與在相同條件下的 ABAQUS 程式分析結果之驗證比較。若將驗證結果以圖 12 表示，可發現以本研究所建立的分析流程所產生之結果與 ABAQUS 程式分析結果吻合。

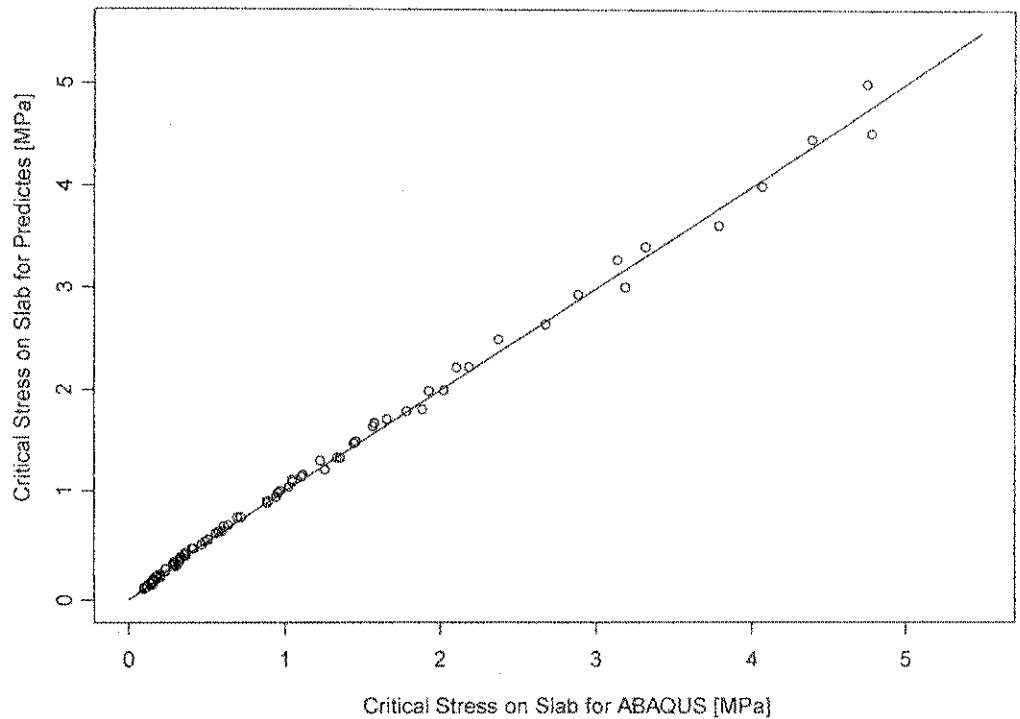


圖 12 以 TKUTRACK 與 ABAQUS 程式分析軌道版之臨界應力驗證

六、結論

本研究以理論解為基礎，配合有限元素之分析結果，建立新式的版式軌道力學分析流程。文中結合軌道力學與版理論之分析原理，以分解模組的方式將軌道結構分兩個主要的部分，在分別探討其分析方式後依據其結構特性以因次分析的方法求解載重作用下的反應。應用軌道模組化分析之優點為模型分解後，可降低整體分析之複雜度，且模組化之各部分可觀察主要影響之部分。再者，此方法可因應不同結構種類，適時調整分析模式作為更深入研究之基礎。

本研究透過結構模組化的分解方式，根據研究中所定義的軌道相對勁度半徑，辨識出主要的力學控制參數，並加以驗證。而依據這些主要的制參數，在鋼軌與扣件部份，建立最大扣件反力預估模式、扣件位置調整因子、與多輪軸調整因子等，求得列車載重作用在任意扣件上的反力。而透過版上的有限尺寸調整因子、載重位置調整因子、輪軸調整因子，可求得軌道版上的結構反應。最後，本研究所完成之應力分析程序，僅需利用理論解配合所建立之預估公式，而不須經由繁瑣的有限元素分析即可求得軌道版上的應力。對於未來在於版式軌道力學分析與設計將有所助益。

致謝

本文為國科會專題研究計畫（計畫名稱：版式軌道自動化應力分析程式之建立與應用；計畫編號：NSC 92-2211-E-032-013）之部份成果，承蒙國科會經費補助，謹此致謝。

參考文獻

1. Huang, Y. H. *Pavement Analysis and Design*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1993.
2. Lee, Y. H., J. H. Bair, C. T. Lee, S. T. Yen, and Y. M. Lee. "Modified Portland Cement Association Stress Analysis and Thickness Design Procedures," In *Transportation Research Record 1568*, Transportation Research Board, Washington, D.C., 1996.
3. 黃民仁, 陳世芳, 「鐵路工程學」, 文笙書局印行, 1993。
4. 王其昌等, 「鐵路新型軌下基礎應力計算」, 中國出版社, 1987。
5. Hetenyi, M. *Modern Beams on Elastic Foundation: Theory with Applications in the Fields of Civil and Mechanical Engineering*, University of Michigan Press, 1974.
6. 顏少棠, 「版式軌道力學分析與應用」, 淡江大學土木工程學系博士論文, 2004。
7. 吳炳達、李英豪、顏少棠, 「剛性鋪面三維有限元素參數分析與驗證」, 中華民國第二十七屆全國力學會議, 論文輯與光碟, 成功大學, 台南市, 中華民國九十二年十二月十二日至十三日。2003。
8. 顏少棠、李英豪, 「版式軌道最佳化三維有限元素模型之建立」, 第十三屆鋪面工程學術研討會論文集, 中華大學, 新竹, 中華民國九十四年十月。2005。
9. Lee, Y. H. and S. H. Carpenter. *PCAWIN Program for Jointed Concrete Pavement Design* *Tamkang Journal of Science and Engineering*, an International Journal, Vol. 4, No. 4, pp. 293-300, 2001.
10. Lee, Y. H. *TKUPAV: Stress Analysis and Thickness Design Program for Rigid Pavements*, *Journal of Transportation Engineering*, Vol. 125, No. 4, July/August, ASCE, pp. 338-346, 1999.
11. 顏少棠、李英豪, 「TKUAPAV: 機場剛性鋪面厚度設計程式」, 第二屆鋪面工程師生研究聯合發表會論文集, 中央大學, 中壢市, 中華民國九十年七月十一日。2001。
12. 顏少棠、李英豪, 「軌道力學參數分析與驗證之研究」, 第四屆鋪面工程師生研究成果聯合發表會論文集, 中央大學, 中壢市, 中華民國九十二年八月二十二日。2003。
13. 李英豪、李英明、顏少棠、白建華、李朝聰, 「建立新的接縫式混凝土鋪面應力分析與厚度設計方法」(二)(Development of New Stress Analysis and Thickness Design Procedures for Jointed Concrete Pavements), 期末報告, 國科會計畫編號 NSC85-2211-E-032-010(第二期), 淡江大學, 民國八十五年七月三十一日。1996。
14. 佐佐木 直樹著, 王其昌譯, 「版式軌道」, 中國出版社, 1983。
15. 吳炳達, 「接縫式混凝土鋪面參數分析與驗證」, 淡江大學土木工程學系碩士論文, 2003。
16. Kuo C. M. *Three-Dimensional Finite Element Analysis of Concrete Pavement*, Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana, Illinois. 1994.
17. Lee, Y. H., H. T. Wu, and S. T. Yen. *Parameter Studies and Verifications on Three-Dimensional Finite Element Analysis of Rigid Pavements*, *Canadian Journal of Civil Engineering*, 31(5), October 2004, pp. 782-796.
18. Hibbitt, Karlsson, and Sorensen. *ABAQUS/Standard User's Manual, Vol. I and II, Version 6.2.1*, 2000.
19. American Railway Engineering and Maintenance-of-Way Association, *AREMA Manual for Railway Engineering*, 2001.
20. Hay, W. W. *Railroad Engineering*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1982.