

剛性鋪面回算程式之建立—溫氏基礎模式

白建華
淡江大學
土木研究所
碩士

李朝聰
淡江大學
土木研究所
碩士

李英豪
淡江大學
土木工程學系
副教授

摘要

本研究主要是針對剛性鋪面於溫氏基礎 (Dense Liquid Foundation) 上傳統閉合解 (AREA) 回算方式對儀器要求 (FWD) 及假設無限版長理論推導過程兩項主要的條件限制改善及回算適用範圍擴充，研究中利用ILLI-SLAB有限元素法程式、因次分析的原理來加以克服傳統限制，並以 w/w_0 的無因次因子作為回算方式的控制參數，再配合使用投影追逐迴歸法 (PPR) 建立一系列的撓度比預估模式，因此只需載重盤中央及其它任何徑向一點的表面撓度值，即可回算出路基反力模數及鋪面版彈性模數。

依此研究流程，本研究亦配合IMSL之FORTRAN副程式庫與Visual Basic軟體程式之採用協助建立各相關分析之圖形界面，以建立一套非常容易使用之「TKUBAK」鋪面回算個人電腦程式，由此程式可直接輸入鋪面撓度值及鋪面資料並即時回算出鋪面彈性模數。在目前研究僅先就有限版長及路肩效應做鋪面彈性模數調整。經實例驗證及敏感度分析後發現，回算相對勁度半徑時，所需的撓度比預估模式精度須要很高，以確保回算彈性模數的精確性。

一、前言

非破壞性撓度試驗方法因具有保持鋪面結構完整性與量測方便之特性，因此以廣泛被公路養護單位所應用作為鋪面調查結構強度之方法。一般鋪面結構的強度指標大多是以各層材料彈性模數 (Elastic Modulus) 表示，而利用非破壞性撓度試驗 (Nondestructive Deflection Testing, NDT) 儀器，量測鋪面表面撓度值並加以回算鋪面結構的彈性模數，已漸漸取代直接鑽孔取樣的實驗方式。目前較常使用的非破壞性試驗儀器有動力撓度儀 (Dynaflect)、路面評審儀 (Road Rater) 和衝擊荷重撓度儀 (Falling Weight Deflectometer) 等，而剛性鋪面回算方式大致上可分為三大類[1,2,3]：迭代法、資料庫處理法及版理論基礎回算法。迭代法係先假設一組模數值，再依此組數據計算出理論撓

度值，並與現場撓度值相互比較，若誤差在容許範圍內，則該組模數即為所求，反之則修正模數值再重新計算。資料庫處理法則是先行將鋪面與路基的彈性模數值計算出一系列的表面撓度值，建立成一個大型的資料庫，再與理論撓度值內插比較，找出一組合適的彈性模數值。版理論基礎回算法是使用一系列的閉合解（Closed-Form Solution）的圖表及公式，求出模數與鋪面的撓度值的關係式，將實際的撓度值代入圖表後，查表求出答案。

以往對於剛性鋪面的回算皆是以Westergaard及Losberg的撓度計算公式解為基礎，但實際鋪面的情況與其理論假設並不相同。因此，本研究的探討方向是(1)傳統閉合解回算方式的驗證：先針對傳統所推導出的撓度公式，運用FORTRAN程式加以運算，再配合圖表互相驗證，確認公式及圖表的正確性。(2)ILLI-SLAB有限元素法程式之分析與應用：根據以往的研究[3,7]指出，在各種剛性鋪面的有限元素法之中，ILLI-SLAB程式可模擬剛性鋪面設計上的重要設計參數，並且在許多的研究驗證及修正之後發現，ILLI-SLAB程式是錯誤最少的剛性鋪面的有限元素法程式。所以採用ILLISLAB程式，並運用因次分析的原理來從事一系列的參數研究，並根據參數建立撓度比資料庫。(3)S-PLUS統計軟體應用與預估模式的構建：再使用S-PLUS統計軟體，配合最新之統計迴歸方法-投影追逐迴歸（PPR）分析法，建立撓度比預估模式以便於快速運算。(4)建立鋪面彈性模數回算之個人電腦程式：利用Visual Basic軟體程式，建立一回算程式。

二、文獻回顧

Losberg於1960年提出混凝土版受到載重時，版的撓度方程式[8]，並依此推導出當假設混凝土版下基底層為溫氏基礎時的撓度值理論公式。其中又分成集中載重及均佈載重兩種情況，最後並提出無因次撓度盤(Nondimensional Deflection Basins)公式與圖解，如公式2-1，圖2-1[8]。而Hoffman和Thompson也在1981年建議採用撓度盤區域面積（AREA）的方法[7]，如公式2-4。

$$w^* = wk \}^2 / P = wD / P \}^2 = f(a / \}, r / \}) \quad (2-1)$$

$$\} = 4 \sqrt{\frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)k}} \quad (2-2)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2-3)$$

$$AREA = 6 * \left[1 + 2 \left(\frac{w_{12}}{w_0} \right) + 2 \left(\frac{w_{24}}{w_0} \right) + \left(\frac{w_{36}}{w_0} \right) \right] \quad (2-4)$$

其中： w^* 為無因次撓度值， w 為撓度值[L]， $\}$ 為相對勁度半徑[L]， P 為載重量 [F]， D 為版的撓曲勁度[FL]， k 為路基土壤反力模數[FL⁻³]， E 為鋪面版彈性模數 [FL⁻²]， \sim 為鋪面版波生比， w_0 為載重中心點下方最大撓度， w_i 為離載重中心 i 處 (12,24,36英吋之撓度值) [L]。

至於回算程式有下列幾種：

(1)ILLI-BACK回算程式：

ILLI-BACK回算程式是伊利諾大學以版理論為基礎所發展出的閉合解回算程式。在固定的載重半徑 (a=5.9in.) 作用下，分別量測距離載重中心點0in.，12in.，24in.，36in.的撓度值 w_i ，然後代入公式2-4計算出撓度盤區域面積AREA值，再利用AREA值與 $\}$ 的相關圖，如圖2-2，查圖得 $\}$ 值，再查圖2-3得四個標準化撓度值 d_i 值，代入公式2-5，求出一個平均的 k 值，最後使用公式2-2反算出混凝土版塊的彈性模數。

$$k = \frac{Pd_i}{\}^2 w_i} \quad (2-5)$$

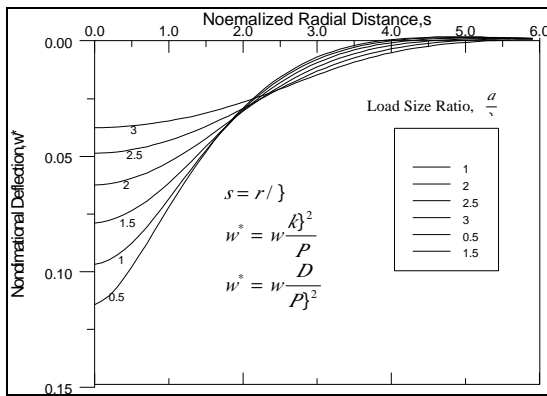


圖2-1 版的無因次撓度圖[8]

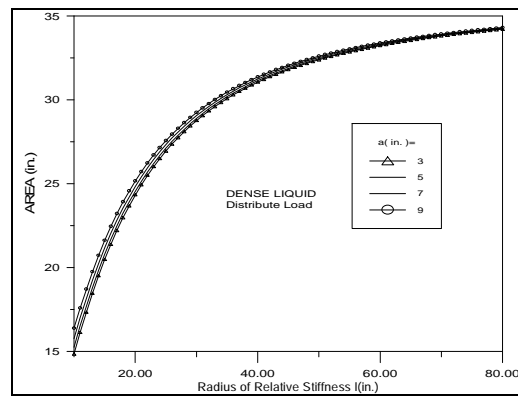
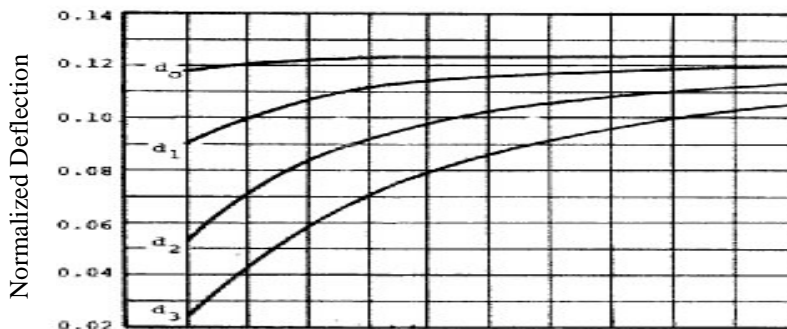


圖2-2 相對徑度半徑與AREA的關係[11]



Relationship between normalized deflections and $\}$ (in.) for dense liquid foundation

圖2-3 標準化撓度值與相對勁度半徑關係圖[11]

(2)封閉型解(Closed-Form Solution)

Hall在1991年則是利用IMSL之FORTRAN副程式庫，對於前述之封閉型解(含多種特殊之貝索函數Bessel Functions)直接積分，並利用SAS統計軟體推導出撓度盤之AREA與}迴歸關係式[3]，如公式2-6：

$$\} = \left[\frac{\ln\left(\frac{36 - AREA}{1812.279}\right)}{-2.559340} \right]^{4.387009} \quad (2-6)$$

由上述迴歸方程式即可利用已知AREA值推算出}。再利用Losberg內部撓度方程式之重新排序，如公式2-7[8,11]，即可由已知的最大撓度值求解路基土壤之彈性模數值，最後再由公式2-2關係式直接求解混凝土版之彈性模數值。

$$k = \frac{P}{8w_0^3} \left\{ 1 + \frac{1}{2\mathcal{L}} \left[\ln\left(\frac{a}{2\}}\right) - 0.673 \right] \left(\frac{a}{\}}\right)^2 \right\} \quad (2-7)$$

(3)Crovetti回算法

Crovetti於1994年更進一步指出非破壞性撓度試驗之荷重盤位置(版之內部、邊界、或角隅)亦會影響回算之結果[9]。其分別使用Losberg撓度公式及Ioannides無因次撓度公式，再加上ILLISLAB程式的分析，最後迴歸得出一系列的無因次撓度方程組，如公式2-8及表2-1[9]。

$$w^* = A_1 + A_2 \left(\frac{a}{\}}\right) + A_3 \left(\frac{a}{\}}\right)^2 \quad (2-8)$$

表2-1 無因次撓度公式係數表[9]

載重位置	無因次撓度	A_1	A_2	A_3
中央載重	w^*	0.1253	-0.008	-0.028
邊緣載重	w^*	0.4311	-0.707	0.2899
角隅載重	w^*	1.148	-1.500	0.6565

其中央載重情況的回算方式也是先求出AREA值，再利用公式2-6求出}值，將}代入表2-1的中央載重的無因次撓度公式，求出 w^* 值，最後利用公式2-7,2-2求出 k 及 E 值。邊緣及角隅載重情況則是先利用中央載重所求出的 D 值(公式2-3)，再分別代入表2-1邊緣及角隅載重的無因次撓度公式所推導而出的公式2-9,2-10，求

出邊緣及角隅的 k 值，同樣再使用公式2-2求得 E 值。

$$k_e = \frac{D}{\left(0.82a \pm \sqrt{\frac{2.32u_e D}{P}}\right)^4} \quad (2-9)$$

$$k_c = \frac{D}{\left(0.65331a \pm \sqrt{\frac{0.871u_c D}{P} - 0.145a^2}\right)^4} \quad (2-10)$$

對於能實際地模擬鋪面版的有限尺寸情形，將使用有限元素方程式進一步分析。而對使用AREA值回算方式的改進，可以使用因次分析方式，設法找出可免除上述限制條件的控制因子，並加以分析研究，如此應可順利解決限制條件的約束。

三、研究過程

首先使用Microsoft FORTRAN PowerStation 4.0程式中的IMSL副程式庫解Losberg方程式中所含的特殊貝索函數 (Bessel Fountions) 及積分式，確認Losberg原始撓度積分式正確性與否，再使用ILLI-SLAB程式分析計算撓度值，分析比較後也是相同的，證實ILLI-SLAB程式的實用性。根據以往運用因次分析原理的研究得知，當鋪面為有限版長時，控制鋪面撓度反應的主要參數[10]為 $a/\}$, $L/\}$, $W/\}$ ；當鋪面考慮路肩效應時，控制鋪面撓度反應的主要參數為 $a/\}$, $L/\}$, $W/\}$, $agg/k\}$ [3]；其中 $a/\}$ 為荷重半徑與相對勁度半徑的比值， $L/\}$ 為鋪面版長度與相對勁度半徑的比值， $W/\}$ 為鋪面版寬度與相對勁度半徑的比值， agg 為骨材互鎖因子。因此在鋪面版單獨受載重作用時，其受尺寸效應的影響之下，對於鋪面結構反應值的無因次化參數如下：

$$\frac{uk\}^2}{P} = f\left(\frac{a}{\}, \frac{L}{\}, \frac{W}{\}, \frac{agg}{k\}\right) \quad (3-1)$$

又因本研究所探求的是鋪面撓度值的變化，在資料的取得方面是依距離載重圓盤中心點的遠近為依據，因此對於無因次化參數 $r/\}$ (r 為距離載重圓盤中心點的距離) 也要一併考量。經由驗證後，當此四個控制參數保持定值，而其它的參數任意變化情況之下， $wD/P\}^2$ 的值皆會保持定值，此驗證結果說明了 $\frac{wD}{P\}^2 = f\left(\frac{a}{\}, \frac{L}{\}, \frac{W}{\}, \frac{r}{\}\right)$ 參數關係無

誤，依此方式再加上 $\frac{wD}{P\}^2 = f\left(\frac{a}{\}, \frac{agg}{k\}, \frac{r}{\}\right)$ 參數關係即可建立路肩效應資料庫。最後再加入

w/w_0 的無因次因子作為回算方式改進的方向。以Losberg理論解及ILLI-SLAB程式依一般 a/l 的範圍值 (0.05~0.3) 輸入後，可畫出 r/l 與 w/w_0 所形成的曲線近乎為一重合的線，如圖3-1。 r/l 的資料範圍為0.0~6.0之間。

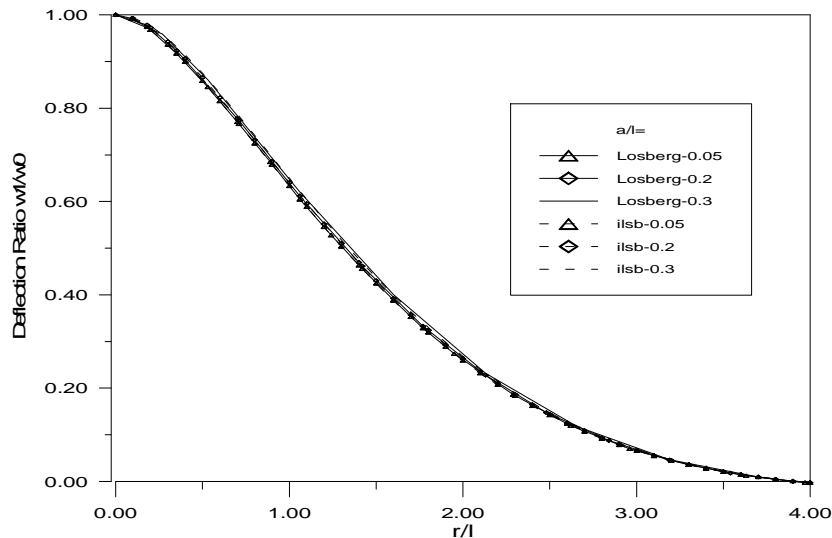


圖3-1 ILLI-SLAB有限程式與Losberg理論解之撓度比比較

確認控制因子之後，鋪面的結構反應便可使用控制因子的函數來加以表示。由此便可利用ILLI-SLAB程式建立一系列的中央、邊緣及角隅載重有限版及考慮路肩效應情況的撓度資料庫，以便預估模式的分析與應用。

四、回算程式之建立

投影追逐迴歸分析法是利用區域平滑技術 (Local Smoothing Technique) 將多維的反應面化成許多自變數間的投影關係。而自變數間的投影關係基本上是一個二度空間的曲線，也就可以以簡易的迴歸方式將其關係式公式化，這也就是PPR的最終目標。利用投影追逐迴歸分析法，分別建立中央、邊緣及角隅載重撓度比 w/w_0 的預估方程式組。在此僅舉一例，如公式預估方程式組4-1，邊緣載重無限尺寸版撓度比R預估方程式組。又因目前並無邊緣及角隅載重撓度值的閉合解，所以利用ILLISLAB程式執行一系列的模擬程式，並採用Losberg[8]的無因次撓度公式，(公式2-1)，求出 $a/l, r/l, w^*$ 的相關性圖表，並建立資料庫，再利用投影追逐迴歸分析法，求出當邊緣及角隅載重無限版長時的無因次撓度值預估方程式，並依此為邊緣及角隅載重回算的依據。

$$\begin{aligned}
R &= 0.52074 + 0.36641 W_1 + 0.01398 W_2 \\
W_1 &= \begin{cases} 2.270 + 2.343 A_1 + 0.537 A_1^2 + 0.049 A_1^3 & A_1 \leq -2 \\ 1.342 + 0.508 A_1 - 0.717 A_1^2 - 0.239 A_1^3 & A_1 > -2 \end{cases} \\
W_2 &= \begin{cases} -0.406 + 4.261 A_2 + 5.436 A_2^2 + 13.407 A_2^3 & A_2 \leq 0.1 \\ -0.658 + 7.027 A_2 + 3.488 A_2^2 + 6.312 A_2^3 & A_2 > 0.1 \end{cases} \quad (4-1) \\
A_1 &= 0.36634 x_1 - 0.93048 x_2 \\
A_2 &= -0.99384 x_1 + 0.11082 x_2 \\
X &= [x_1, x_2] = [a / \}, r / \} \\
\text{Statistics : } N &= 117, R^2 = 0.9998, \text{SEE} = 0.00455 \\
\text{Limits : } 0.05 &\leq a / \} \leq 0.30, 0.0 \leq r / \} \leq 4.0
\end{aligned}$$

比較現地撓度比 w/w_0 與預估模式撓度比 R_L 、 R_s 、 R_∞ ，當現地值與預估值兩者之比值誤差在容許範圍內即得到一個回算後相對勁度半徑 $\}_{lest}$ 、 $\}_{sest}$ 、 $\}_{est}$ ，再根據公式 (4-2)，(4-3) 求出綜合調整相對勁度半徑 $\}_{adj}$ 。

$$\}_{adj} = \}_{est} * CF_{lest} * CF_{sest} \quad (4-2)$$

$$CF_{lest} = \frac{\}_{lest}}{\}_{est}}, CF_{sest} = \frac{\}_{sest}}{\}_{est}} \quad (4-3)$$

$\}_{adj}$ 、 $\}_{est}$ 、 $\}_{lest}$ 、 $\}_{sest}$ = 綜合、無限版、有限版、路肩效應調整相對勁度半徑， CF_{lest} 、 CF_{sest} = 有限版、路肩效應相對勁度半徑調整因子，(4-2) (4-3) 運算之目的在使修正後無限版相對勁度半徑等於現地相對勁度半徑即可得到一符合現地鋪面情況之 $\}_{adj}$ 。而後將 $\}_{adj}$ 代回公式 (中央載重) 或預估模式 (邊緣及角隅載重) 中求解 k 值。再將 $\}_{adj}$ 及 k 代入公式 2-2 求解 E 值。

最後並依據分析的結論，使用 Visual Basic 4.0 程式建立回算程式「TKUBAK」，程式中並包括 AASHTO 及 ILLI-BACK 回算程式，可供使用者交互比較驗對。如圖 4-1。

五、模式的驗證與應用

驗證結果確認在中央無限版長時，利用預估模式回算的結果與先前閉合解研究的答案相符，且使用「TKUBAK」回算程式回算中央、邊緣及角隅有限版長及考慮路肩效應 $\}$ 及 k 、 E 值時均有少許的誤差，由敏感度分析時可看出預估撓度比值對結果影響甚大，微小撓度比預估模式誤差會造成結果誤差放大。



圖4-1 「TKUBAK」回算程式

六、結論及建議

本文所發展是剛性混凝土鋪面回算模式中對鋪面撓度的研究，可以成為理論綜合經驗鋪面管理的一部份，並作為另一種鋪面回算指標的參考。

由文獻中探求目前剛性鋪面回算程式之原由，發現到目前常使用之剛性鋪面閉合解回算程式使用之面積指標AREA觀念尚有許多限制。初擬研究中以撓度比 w/w_0 取代傳統面積指標AREA概念，並解決應用傳統面積指標AREA觀念回算之限制。

研究過程中推導出Losberg撓度公式詳細過程，並在完成驗證公式後引入ILLI-SLAB有限元素應用程式之撓度運算分析，利用有限元素之概念對中央、邊緣角隅載重、有限尺寸版及路肩效應作撓度分析，並對於因為載重單獨作用引起之剛性混凝土鋪面版的撓度比分析。在無因次控制參數選取之後，利用因次分析方法建立撓度資料庫，並利用投影追逐迴歸分析法，求得撓度比預估方程式組。

研究中預估方程式組採用的是無因次化的單位，如此便可打破以往許多鋪面相關計算公式皆單是採用英制或是公制的限制。在建立非線性撓度比預估模式方程組流程中，發現有許多可以深入探討之處，以提高其回算結果準確性，諸如資料庫之建立範圍、預估模組之參數組合選定與迴歸曲線次數之模擬等。本文中受研究期限與資料處理之速度之限制，因此在資料庫之建立上，參數範圍限制盡量以包含實務常用範圍為主，迴歸曲線之模擬在影響精度不大為前提也盡量以簡要為主，所以在精度也將產生誤差。

在未來之發展方向筆者建議可以朝向尋找與現地相關之參數，使回算程式能更接近現地鋪面情況、並模擬出更真實的回算結果。

1. 對於已經發現的控制因子可以加以利用進行對鋪面現地撓度比反應的模擬。如溫差之影響，本研究在先前已經作好資料庫，因為迴歸之精度不佳，推測資料庫之建立可能需要作調整。
2. 本文所建立無因次參數是為初步研究，對於參數之形式及影響尚有再研究之空間。研究中寫成之程式可發展成非破壞性檢測硬體之附設軟體，並可由現場量測之撓度比立即求出現地鋪面之結構強度，以行鋪面評估與維修之參考。
3. 本文尚未討論的部份可作深入研究，對於預估模式之精度尚有再精進之空間。

致謝

本計畫承蒙行政院國家科學委員會專題研究計畫編號NSC86-2211-E032-007之經費贊助，特此致謝。此外，中興大學林炳森教授與成功大學郭振銘教授並對本研究提供許多寶貴之修正與後續改進建議，在此一併致上最深之謝意。

參考文獻

1. 白建華，「剛性鋪面回算程式之建立—溫氏基礎基礎模式」，碩士論文，淡江大學土木工程研究所運輸工程組，台北縣淡水（1997）。
2. 林炳森、李泰明、吳元廷及鄒譽名，「路面評審儀應用於剛性鋪面回算法」，中華民國第八屆鋪面工程學術研討會論文輯，台北國際會議中心，中原大學，民國八十四年十二月六日至八日。
3. 李英明，「接縫式混凝土鋪面之應力分析」，淡江大學土木工程研究所碩士論文，民國八十四年六月。
4. Statistical Sciences, Inc., S-PLUS for Windows: Reference Manual. Version 3.1, Seattle, Washington, March 1993.
5. Hall, K. T., "Performance, Evaluation, and Rehabilitation of Asphalt-Overlaid Concrete Pavements," Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana, Illinois, 1991.
6. Hoffman, M. S. and Thompson, M. R., "Mechanistic Interpretation of Nondestruction Pavement Testing Deflection," Transportation Engineering Series No. 32, Illinois Cooperative Highway and Transportation Research Series No. 190, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1981.
7. Heinrichs, K. W., M. J. Liu, M. I. Darter, S. H. Carpenter, and A. M. Ioannides, "Rigid Pavements Analysis and Design," Report No. FHWA-RD-88-068, Federal Highway

Administration, 1989.

8. Losberg, A. (1960). "Structurally Reinforced Concrete Pavements."
9. Crovetti, J. A., "Design and Evaluation of Jointed Concrete Pavement Systems Incorporating Free Draining Base Layers," Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana, Illinois, 1994.
10. Ioannides, A. M., "Analysis of Slabs-on-Grade for a variety of Loading and support Conditions," Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana, 1984.
11. Ioannides, A. M., Barenberg, E. J., and Lary, J. A., "Interpretation of Falling Weight Deflectometer Results Using Principles of Dimensional Analysis," Proceeding, 4th International Conference on Concrete Pavement Design and Rehabilitation, Purdue University, 1989.

Development of a Rigid Pavement Backcalculation Program - Dense Liquid Foundation

Jean-Hwa Bair¹, Chao-Tsung Lee², Ying-Haur Lee³

¹Master of Science, Department of Civil Engineering, Tamkang University

²Master of Science, Department of Civil Engineering, Tamkang University

³Associate Professor, Department of Civil Engineering, Tamkang University

ABSTRACT

This study focused on the development of a backcalculation program for rigid pavements on the dense liquid foundation and strives to minimize the major limitations and deficiencies of traditional backcalculation procedures by modifying the most widely-used AREA deflection basin concept. A modified closed-form deflection ratio (w/w_0) backcalculation procedure was introduced using the ILLI-SLAB finite element (F.E) program and the principles of dimensional analysis. Prediction models were developed using the projection pursuit regression technique for the modified deflection ratio. Subsequently, the proposed backcalculation procedure was implemented in a user-friendly backcalculation program (TKUBAK) to expand its applicability for any different NDT loading radius, sensor locations, finite slab sizes, as well as locations of loading plate (interior, edge, and corner of the slab).