

接縫式混凝土鋪面回算程式之建立

李朝聰¹

李英豪²

¹淡江大學 土木工程學系 碩士

²淡江大學 土木工程學系 副教授

摘要

本研究是針對剛性鋪面於彈性固體基礎上傳統回算方式對儀器的限制及理論推導過程的無限版長假設條件，利用ILLI-SLAB有限元素方程式及因次分析的原理來加以克服。文中並以無因次撓度比(w/w_0)作為回算方式的控制參數，再配合使用投影追逐迴歸法建立中央、邊緣及角隅載重的撓度比預估模式，因此只需載重盤中央及其它任何一點的撓度值，即可回算出二層鋪面版之彈性模數。目前僅先就有限版長做調整，並依此模式建立「TKUBAK」回算程式，直接輸入鋪面撓度值後可回算出鋪面彈性模數。經驗證後發現，「TKUBAK」回算程式所回算出的答案與理論值相當接近，當使用傳統回算程式回算時，回算出的答案值須作調整以提高準確度，減少誤差量。

一、前言

一般鋪面結構的強度指標大多是以各層材料的彈性模數 (Elastic Modulus) 來表示，而利用非破壞性撓度試驗 (Nondestructive Deflection Testing, NDT) 儀器，量測鋪面表面撓度值並加以回算鋪面結構的彈性模數，已漸漸取代直接鑽孔取樣的實驗方式。目前較常使用的非破壞性試驗儀器有動力撓度儀 (Dynalect)、路面評審儀 (Road Rater) 和衝擊荷重撓度儀 (Falling Weight Deflectometer) 等，而剛性鋪面回算方式大致上可分為三大類【1,6】：迭代法、資料庫處理法及版理論基礎回算法。迭代法係先假設一組模數值，再依此組數據計算出理論撓度值，並與現場撓度值相互比較，若誤差在容許範圍內，則該組模數即為所求，反之則修正模數值再重新計算。資料庫處理法則是先行將鋪面與路基的彈性模數值計算出一系列的表面撓度值，建立成一個大型的資料庫，再與理論撓度值內插比較，找出一組合適的彈性模數值。版理論基礎回算法是使用一系列的閉合解 (Closed-Form Solution) 的圖表及公式，求出模數與鋪面的撓度值的關係式，將實際的撓度值代入圖表後，直接求出答案。

以往對於剛性鋪面的回算皆是以Westergaard及Losberg的公式解，但實際鋪面的情

況並不相同。因此，本研究的探討方向是(1)傳統回算方式的驗證：先針對傳統所推導出的撓度公式，運用FORTRAN程式加以運算，再配合圖表互相驗證，確認公式及圖表的正確性，以利往後的研究分析。(2)ILLI-SLAB有限元素法程式之分析與應用：根據以往的研究【2,7】指出，在各種剛性鋪面的有限元素法之中，ILLI-SLAB程式可模擬剛性鋪面設計上的重要設計參數，並且在許多的研究驗證及修正之後發現，ILLI-SLAB程式是錯誤最少的剛性鋪面的有限元素法程式。所以採用ILLI-SLAB程式，並運用因次分析的原理，來從事一系列的參數研究。(3)S-PLUS統計軟體應用與預估模式的構建：再使用S-PLUS統計軟體，配合最新之統計迴歸方法--投影追逐迴歸（PPR）分析法，建立撓度比預估模式，以便於快速運算。(4)建立鋪面彈性模數回算之個人電腦程式：利用Visual Basic軟體程式，建立一回算程式。

二、文獻回顧

Losberg於1960年提出混凝土版受到載重時，版的撓度方程式【11】，並依此推導出當假設混凝土版下基底層為彈性固體時的理論公式。其中又分成集中載重及均佈載重兩種情況，最後並提出無因次撓度盤(Nondimensional Deflection Basins)公式與圖解，如公式2-1，圖2-1【11】。而Hoffman和Thompson在1981年所發展出的撓度盤區域面積AREA值【8】，公式2-4，也是回算過程中不可缺的。

$$w^* = \frac{wC\}_e}{2P} = \frac{wD}{P\}_e^2} = \frac{wE_s\}_e}{2P(1-\sim_s^2)} = f\left(\frac{a}{\}_e}, \frac{r}{\}_e}\right) \quad (2-1)$$

$$\}_e = \sqrt[3]{\frac{E_c h^3 (1-\sim_s^2)}{6(1-\sim_s^2)E_s}} \quad (2-2)$$

$$C = \frac{E_s}{(1-\sim_s^2)}, D = \frac{E_c h^3}{12(1-\sim_s^2)} \quad (2-3)$$

$$AREA(in.) = 6 * \left[1 + 2 \left(\frac{w_{12}}{w_0} \right) + 2 \left(\frac{w_{24}}{w_0} \right) + \left(\frac{w_{36}}{w_0} \right) \right] \quad (2-4)$$

其中： w^* 為無因次撓度值， w 為撓度值[L]， C 為路基土壤常數[FL⁻²]， $\}_e$ 為相對勁度半徑[L]， P 為載重量[F]， D 為版的撓曲勁度[FL]， E_s 為路基土壤彈性模數[FL⁻²]， \sim_s 為路基土壤波生比， E_c 為鋪面版彈性模數[FL⁻²]， \sim 為鋪面版波生比。

回算程式有下列幾種：

(1)ILLI-BACK回算程式：

ILLI-BACK回算程式是伊利諾大學以版理論為基礎所發展出的閉合解

(Closed-Form Solution) 回算程式。在固定的載重半徑 (a=5.9in.) 作用下，分別量測距離載重中心點0in. , 12in. , 24in. , 36in.的撓度值 w_i ，然後代入公式2-2計算出撓度盤區域面積AREA值，再利用AREA值與 ρ_e 的相關圖，如圖2-2，查圖得 ρ_e 值，再查圖2-3得四個標準化撓度值 d_i 值，代入公式2-5，求出一個平均的 E_s 值，最後使用公式2-2反算出混凝土版塊的彈性模數。

$$E_s = \frac{2(1 - \nu_s^2) P d_i}{\rho_e w_i} \quad (2-5)$$

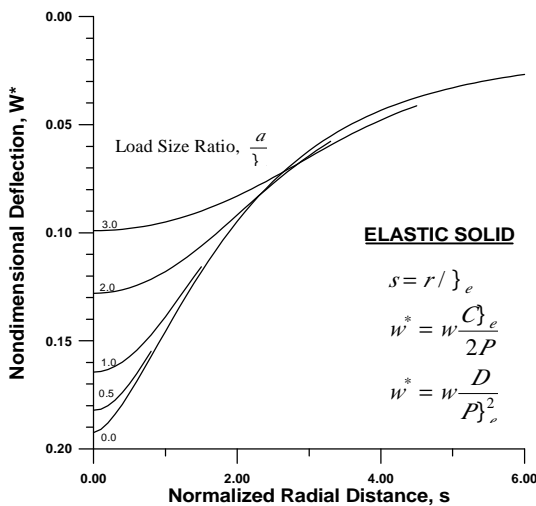


圖2-1 版的無因次撓度圖【11】

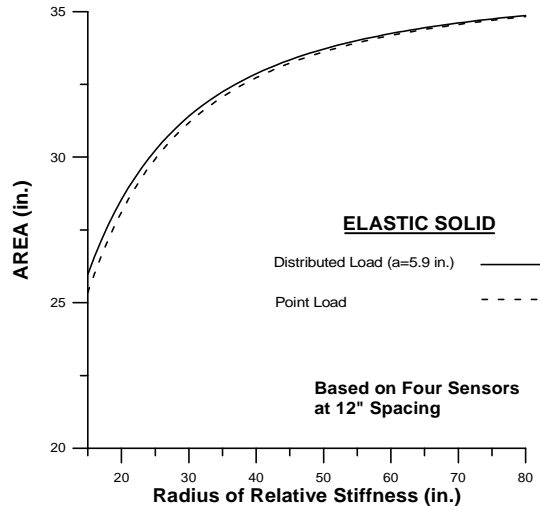
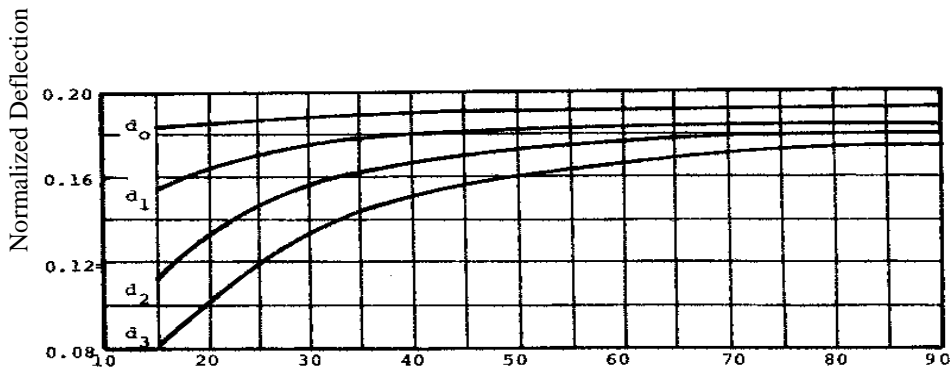


圖2-2 相對勁度半徑與AREA的關係

【10】



Relationship between normalized deflections and ρ_e (in.) for solid foundation

圖2-3 標準化撓度值與相對勁度半徑關係圖【10】

(2)封閉型解(Closed-Form Solution)

Hall在1991年則是利用IMSL之FORTRAN副程式庫，對於前述之封閉型解(含多種特殊之貝索函數Bessel Functions)直接積分，並利用SAS統計軟體推導出撓度盤之AREA與 ρ_e 迴歸關係式【6】，如公式2-6：

$$\} _e = \left[\frac{\ln\left(\frac{36 - AREA}{4521.676303}\right)}{-3.645555} \right]^{5.334281} \quad (2-6)$$

由上述迴歸方程式即可利用已知AREA值推算出 }_e。再利用Losberg內部撓度方程式之重新排序，如公式2-7【6,11】，即可由已知的最大撓度值求解路基土壤之彈性模數值，最後再由公式2-2直接求解混凝土版之彈性模數值。

$$E_s = \left[\frac{2P(1 - \tilde{s}^2)}{w_0 \} _e} \right] \left[0.19245 - 0.0272 \left(\frac{a}{\} _e} \right)^2 + 0.0199 \left(\frac{a}{\} _e} \right)^2 \ln \left(\frac{a}{\} _e} \right) \right] \quad (2-7)$$

(3)Crovetti回算法

Crovetti於1994年更進一步指出非破壞性撓度試驗之荷重盤位置(版之內部、邊界、或角隅)亦會影響回算之結果【5】。其分別使用Losberg撓度公式及Ioannides無因次撓度公式，再加上ILLI-SLAB程式的分析，最後迴歸得出一系列的無因次撓度方程組，如公式2-8及表2-1。

$$w^* = A_1 + A_2 \left(\frac{a}{\} _e} \right) + A_3 \left(\frac{a}{\} _e} \right)^2 \quad (2-8)$$

表2-1 無因次撓度公式係數表【5】

載重位置	無因次撓度組	A ₁	A ₂	A ₃
中央載重	w*	0.193	-0.008	-0.028
邊緣載重	w*	0.441	-1.022	1.175
角隅載重	w*	0.7383	-1.036	0.577

其中央載重情況的回算方式也是先求出AREA值，再利用公式2-6求出 }_e 值，將 }_e 代入表2-1的中央載重的無因次撓度公式，求出 w* 值，最後利用公式2-7,2-2 求出 E_s 及 E_c 值。邊緣及角隅載重情況則是先利用中央載重所求出的 D 值（公式2-3），再分別代入表2-1邊緣及角隅載重的無因次撓度公式所推導而出的公式2-9,2-10，求出邊緣及角隅的 E_s 值，同樣再使用公式2-2求得 E_c 值。

$$E_{se} = \frac{2D(1 - \tilde{s}^2)}{\left(1.159a \pm \sqrt{\frac{2.268w_{\max}D}{P} - 1.321a^2} \right)} \quad (2-9)$$

$$E_{sc} = \frac{2D(1 - \nu_s^2)}{\left(0.7a \pm \sqrt{\frac{1.3545w_{\max}D}{P} - 0.2893a^2}\right)} \quad (2-10)$$

對於能實際地模擬鋪面版的有限尺寸情形，將使用有限元素方程式進一步分析。而對於使用AREA值回算方式的改進，可利用因次分析法找出可免除上述限制條件的控制因子，並加以分析研究，如此應可順利解決限制條件的約束。

三、研究過程

本研究首先使用Microsoft FORTRAN PowerStation 4.0程式中的IMSL副程式庫解Losberg方程式中所含的特殊貝索函數 (Bessel Fountions) 及積分式，確認其正確性，再使用ILLI-SLAB程式分析計算撓度值，分析比較後也是相同的，證實ILLI-SLAB程式的實用性。再根據以往運用因次分析原理的研究得知，當鋪面為有限版長時，控制鋪面結構反應的主要參數為 $a/\}_e, L/\}_e, W/\}_e$ 【9】，其中 $a/\}_e$ 為荷重半徑與相對勁度半徑的比值， $L/\}_e$ 為鋪面版長度與相對勁度半徑的比值， $W/\}_e$ 為鋪面版寬度與相對勁度半徑的比值。因此在鋪面版單獨受載重作用時，其受尺寸效應的影響之下，對於鋪面結構反應值的無因次化參數如下：

$$\frac{t_e h^2}{P}, \frac{wD}{P\}_e^2, \frac{q_e\}_e^2}{P} = f\left(\frac{a}{\}_e, \frac{L}{\}_e, \frac{W}{\}_e}\right) \quad (3-1)$$

又因本研究所探求的是鋪面撓度值的變化，在資料的取得方面是依距離載重圓盤中心點的遠近為依據，因此對於無因次化參數 $r/\}_e$ (r 為距離載重圓盤中心點的距離) 也要一併考量。經由驗證後，當此四個控制參數保持定值，而其它的參數任意變化情況之下， $wD/P\}_e^2$ 的值皆會保持定值，此驗證結果說明了 $\frac{wD}{P\}_e^2} = f\left(\frac{a}{\}_e, \frac{L}{\}_e, \frac{W}{\}_e, \frac{r}{\}_e}\right)$ 。

最後再加入 w/w_0 的無因次因子作為回算方式改進的方向。依一般 $a/\}_e$ 的範圍值 (0.0~0.3) 輸入後， $r/\}_e$ 與 w/w_0 所形成的曲線近乎為一重合的線，如圖3-1。 $r/\}_e$ 的資料由0.0~6.0。當確認控制因子之後，鋪面的結構反應便可使用控制因子的函數來加以表示。利用ILLI-SLAB程式建立一系列的中央、邊緣及角隅載重有限版情況的撓度資料庫，以便預估模式的分析與應用。

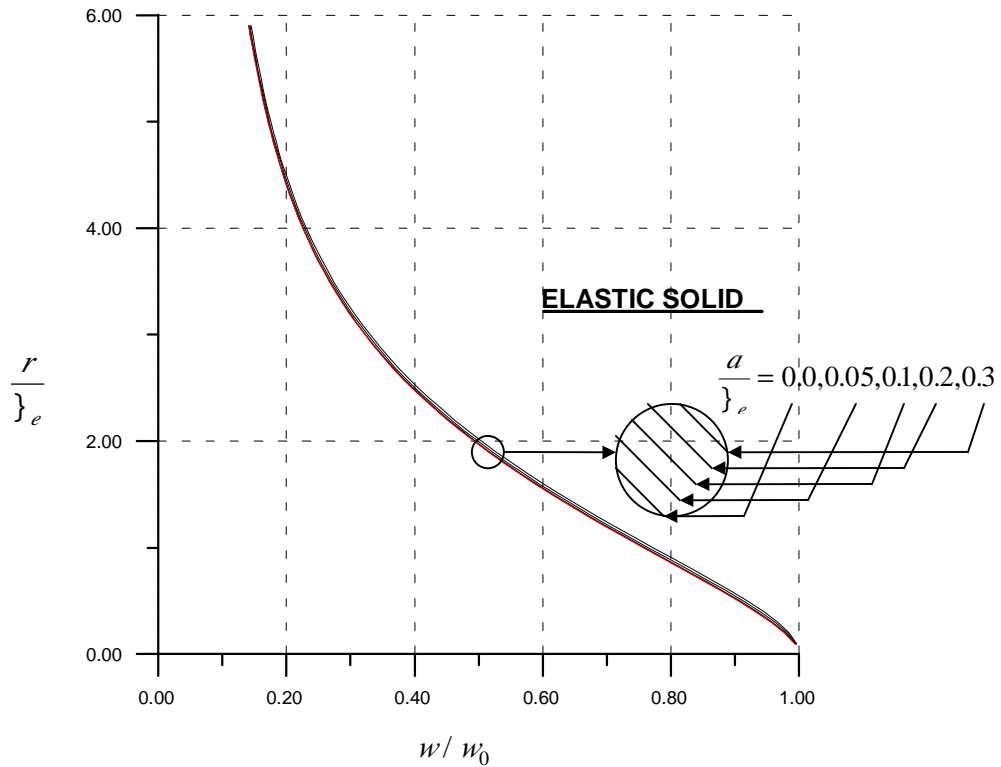


圖3-1 $a/}e, r/}e, w/w_0$ 的相關性

四、回算流程及程式之建立

投影追逐迴歸分析法是利用區域平滑技術 (Local Smoothing Technique) 將多維的曲線，也就可以以簡易的迴歸方式將其關係式公式化，這也就是PPR的最終目標。現利用投影追逐迴歸分析法，分別建立中央、邊緣及角隅載重無限版長及有限版長撓度比 w/w_0 的預估方程式組。在此僅舉一例，如公式4-1，中央載重有限尺寸版撓度比預估方程式組。又因目前並無邊緣及角隅載重撓度值的閉合解，所以利用ILLI-SLAB程式執行一系列的程式，並採用Losberg【5】的無因次撓度公式 (公式2-1)，求出邊緣及角隅載重無限版長時的無因次撓度值預估方程式，並依此為邊緣及角隅載重回算的依據。

$$\begin{aligned}
 R &= 0.72277 + 0.26735\Phi_1 + 0.01780\Phi_2 \\
 \Phi_1 &= \begin{cases} 1.284 + 1.018(A1) - 0.124(A1)^2 - 0.037(A1)^3 & \text{if } A1 \leq -0.2 \\ 1.077 + 0.177(A1) + 0.346(A1)^2 + 4.212(A1)^3 & \text{if } A1 > -0.2 \end{cases} \\
 \Phi_2 &= \begin{cases} -0.610 + 4.184(A2) + 139.426(A2)^2 + 215.136(A2)^3 & \text{if } A2 \leq 0.0 \\ -0.650 + 1.130(A2) + 52.334(A2)^2 - 39.190(A2)^3 & \text{if } A2 > 0.0 \end{cases} \\
 A1 &= -0.79103X1 + 0.15332X2 - 0.58988X3 + 0.04420X4 \\
 &\quad - 0.02810X5 + 0.00727X6 \\
 A2 &= 0.23880X1 - 0.00686X2 + 0.00637X3 - 0.97085X4 \\
 &\quad - 0.01816X5 + 0.00363X6
 \end{aligned} \tag{4-1}$$

$$X = [X1, X2, X3, X4, X5, X6]$$

$$= \left[\frac{r}{\}e}, \frac{a}{\}e}, \frac{r}{\}e} / \frac{L}{\}e}, \frac{r}{\}e} / \frac{W}{\}e}, \frac{L}{\}e}, \frac{W}{\}e} \right]$$

Statistics: $N = 1029, R^2 = 0.999, SEE = 0.0081$

Limits: $0.05 \leq \frac{a}{\}e} \leq 0.3, 0.0 \leq \frac{r}{\}e} \leq 4.0, 2.0 \leq \left(\frac{L}{\}e}, \frac{W}{\}e} \right) \leq 7.0$

回算過程則是先假設無限版長起始值 $\}e^\infty$ 及有限版長起始值 $\}e^i$ ，代入預估模式中，分別求算出無限及有限版長預估模式的撓度比 $(w/w_0)_\infty$ 、 $(w/w_0)_i$ ，再與現場所量測的撓度比 $(w/w_0)_{site}$ 比較，當兩者相同時即表示所假設的 $\}e^\infty$ 、 $\}e^i$ 正確，反之則重新假設並計算，直至兩者相同為止，然後利用調整因子的觀念 $\}e = \}e^\infty \times (\}e^i / \}e^\infty)$ 求出最後的相對勁度半徑。並將 $\}e$ 代回公式（中央載重）或預估模式（邊緣及角隅載重）中求解 E_s 值，其中並調整最大撓度值，以符合公式的要求。再將 $\}e$ 及 E_s 代入公式2-2求解 E_c 值。

最後並依據分析的結論，使用Visual Basic 4.0程式建立回算程式「TKUBAK」，程式中並包括ILLI-BACK及Hall/PAS回算程式，可供使用者交互比較驗對，如圖4-1所示。



圖4-1 「TKUBAK」回算程式

五、模式的驗證與應用

驗證結果確認在中央無限版長時，利用預估模式回算的結果與先前研究的答案相符。當有限版長情況時，使用「TKUBAK」回算程式回算中央、邊緣及角隅有限版長 $\}e$ 時，其與理論值誤差量很小，由此可證明有限版長時的回算值需作調整。而在回算 E_s 及 E_c 值時，「TKUBAK」回算程式所算出的答案與理論值誤差量很小，又使用文獻【5】的現場撓度值資料庫驗算，亦得到相當接近的結果。

六、結論及建議

經由上述的分析及研究過程後可得到下面的結論及建議：

1. 本研究使用無因次化控制參數，將控制剛性鋪面於彈性固體基礎上的撓度值控制參數無因次化，可免除因儀器的不同或由AREA值所發展出的回算程式的基本限制。而有關緊密液體基礎的部份將由另一篇文章說明。
2. 由於本文是以 w/w_0 的無因次因子作為回算方式的控制參數，因此只需載重盤中央及其它任何一點的撓度值，就可回算出彈性模數，受限的程度減低許多。
3. 本研究僅先就鋪面版的有限尺寸加以研究，對於因溫差及多版、多層情況所造成的影響仍有待深入研究。
4. 有限尺寸鋪面版時，「TKUBAK」回算程式在回算 $\}e$ 值、 E_s 值 E_c 值時，皆可獲得與假設值頗為接近的值。
5. 「TKUBAK」回算程式已將輸入值皆化成無因次因子，因此並不再局限於單一規格撓度盤的FWD儀器，如高工局所使用的Road Rater 2000路面評審儀，若使用「TKUBAK」程式應可直接利用路面評審儀的撓度值來加以回算出答案。另因可同時回算出多組答案，藉此發現資料的誤差點或取一平均的回算值。
6. 目前所建立的「TKUBAK」回算程式是動態下的非破壞性撓度試驗，而與靜態下的路基彈性模數的轉換可由AASHTO的1993年設計手冊【4】中得知，須乘上一個調整因子，才會符合AASHTO Road Test實驗室所作的實驗值，而作為路面的設計依據。AASHTO建議的調整因子不超過0.33。
7. 對於受溫差效應及版塊與版塊之間的作用力也尚未考量，此部份可作為往後研究的方向，如此應可使回算的過程更加準確，也更符合鋪面版的實際情況。
8. 而在分析研究的過程當中，發現當使用 $a/\}e, k_1/\}e, w_2/w_1$ 這三個變數時，其所對

應出來的 $r_1 / \}$ 可能不唯一。因此在往後的研究當中可就此方面加強探討，將其中的理論基礎釐清之後，或許可利用此模式作為現場撓度值的驗證指標。

致謝

本計畫承蒙行政院國家科學委員會專題研究計畫編號NSC86-2211-E032-007之經費贊助，特此致謝。此外，中興大學林炳森教授與成功大學郭振銘教授並對本研究提供許多寶貴之修正與後續改進建議，在此一併致上最深之謝意。

參考文獻

1. 李朝聰，「剛性鋪面回算程式之建立—彈性固體基礎模式」，碩士論文，淡江大學土木工程研究所運輸工程組，台北縣淡水（1997）。
2. 李英明，「接縫式混凝土鋪面之應力分析」，碩士論文，淡江大學土木工程研究所運輸工程組，台北縣淡水（1995）。
3. 林炳森、李泰明、吳元廷及鄒譽名，「路面評審儀應用於剛性鋪面回算法」，中華民國第八屆鋪面工程學術研討會論文輯，台北國際會議中心，中原大學（1995）。
4. AASHTO Guide for “Design of Pavement Structures,” Published by the American Association of State Highway and Transportation Officials（1993）。
5. Crovetti, J. A., “Design and Evaluation of Jointed Concrete Pavement Systems Incorporating Free Draining Base Layers,” Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana, Illinois（1994）。
6. Hall, K. T., “Performance, Evaluation, and Rehabilitation of Asphalt-Overlaid Concrete Pavement,” Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana, Illinois（1991）。
7. Heinrichs, K. W., M. J. Liu, M. I. Darter, S. H. Carpenter, and A. M. Ioannides, “Rigid Pavements Analysis and Design,” Report No. FHWA-RD-88-068, Federal Highway Administration（1989）。
8. Hoffman, M. S. and Thompson, M. R., “Mechanistic Interpretation of Nondestruction Pavement Testing Deflection,” Transportation Engineering Series No. 32, Illinois Cooperative Highway and Transportation Research Series No. 190, University of Illinois at Urbana-Champaign（1981）。
9. Ioannides, A. M., “Analysis of Slabs-on-Grade for a variety of Loading and support Conditions,” Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana（1984）。

10. Ioannides, A. M., Barenberg, E. J., and Lary, J. A., "Interpretation of Falling Weight Deflectometer Results Using Principles of Dimensional Analysis," Proceeding, 4th International Conference on Concrete Pavement Design and Rehabilitation, Purdue University (1989) .
11. Losberg, A. "Structurally Reinforced Concrete Pavements," Ph.D. Thesis, Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden (1960) .

Development of a Backcalculation Program for Jointed Concrete Pavements

Chao-Tsung Lee¹, Ying-Haur Lee²

¹Master of Science, Department of Civil Engineering, Tamkang University

²Associate Professor, Department of Civil Engineering, Tamkang University

ABSTRACT

This study focused on the development of a backcalculation program for rigid pavements on the elastic solid foundation and strives to minimize the major limitations and deficiencies of traditional backcalculation procedures by modifying the most widely-used AREA deflection basin concept. A modified closed-form deflection ratio (w/w_0) backcalculation procedure was introduced using the ILLI-SLAB finite element (F.E) program and the principles of dimensional analysis. Prediction models were developed using the projection pursuit regression technique for the modified deflection ratio. Subsequently, the proposed backcalculation procedure was implemented in a user-friendly backcalculation program (TKUBAK) to expand its applicability for any different NDT loading radius, sensor locations, finite slab sizes, as well as locations of loading plate (interior, edge, and corner of the slab).