二層鋪面彈性模數回算的新方法

陳建桓 [1]　　　　李英豪 [2]

[1] 淡江大學土木工程研究所碩士

[2] 淡江大學土木工程系副教授

摘要

本文主要目的乃是針對傳統回算程式的一些明顯缺點，做理論的研究改進。本文首先以 Burmister 與 Scrivner 的二層彈性理論之撓度方程式為基礎，利用因次分析的原理推導出影響該函數的主要無因次參數。然後，再確立面層撓度值與回算彈性模數值的一對一函數關係，並依此建立資料庫與預估方程式組，以便各層彈性模數值的快速運算。最後再以實例驗證，並提出未來改進的具體建議。

一、前言

由於傳統回算法過程複雜，若僅從多層線性彈性系統為考量，目前仍存在一些問題尚待解決，如：(1) 從量測之撓度值估算出彈性模數值的解可能不唯一。(2) 回算程式中輸入資料範圍的選擇，將影響回算結果的正確性甚巨，然目前仍沒有可依循之準則。(3)反覆運算過程不僅耗費時間，甚至有時會有不收斂的問題[1]。本文除了針對上述問題研究改進的方法，並擬融合資料庫回算法的理念與最新的統計迴歸方法，建立一個能由面層撓度值直接計算出各層彈性模數值的預估方程式組。該預估方程式組不僅可免除反覆運算的時間，在面層撓度量測與彈性模數值回算的過程亦有了及時性。如此，不僅可以在試驗現場立即計算出各層之彈性模數值，必要時亦可重複該非破壞性撓度試驗，以確保所量測資料與回算之彈性模數值的正確性。此外，若有必要運用傳統回算程式時，該預估方程式組的可能預估誤差範圍亦可做為選定傳統回算程式中彈性模數值範圍的基本準則。

二、二層彈性理論之發展

Boussinesq方程式是以一個集中荷重作用在單一的均勻土層，以解出應力和變位的問題。Burmister藉由荷重函數之貝索函數(Bessel Function)展開，對於一個

相當於集中荷重作用在第一層表面之分佈力的任意疊加荷重，得到二層彈性系統中第一層表面的撓度方程式[2]。此系統是一垂直集中荷重P，作用在鋪面表面O點處，該點為圓柱座標r及z之原點，z座標向下為正（如圖一所示）。兩層均假設為均值、等向性的線彈性材料，上層之彈性模數為E_1、厚度為h，下層之彈性模數為E_2、厚度則為無限，並假設兩層的柏松比皆為0.5。該撓度方程式為：

$$
\begin{aligned}
w &= \frac{1.5P}{2\pi E_1}\int_0^{\infty}\left[\frac{e^{2mh}+4Nmh-N^2e^{-2mh}}{e^{2mh}-2N(1+2m^2h^2)+N^2e^{-2mh}}\right]J_0(mr)\,dm \\
N &= \frac{E_1-E_2}{E_1+E_2}=\frac{1-E_2/E_1}{1+E_2/E_1}
\end{aligned}
\qquad \text{(E. 1)}
$$

其中，P=作用於鋪面表面的垂直力，[F]；h=上層的厚度，[L]；E_1、E_2=上、下層的彈性模數，[FL^{-2}]；w=鋪面表面的垂直撓度，[L]；r、z=圓柱座標（r= 水平方向，z= 垂直方向），[L]；m=參數；$J_0(x)$=第一類的零階貝索函數；N=E_1和E_2的函數；其中 [F]、[L]代表力與長度之單位。

Burmister再據此推導出二層彈性系統在圓形均佈荷重作用下中心點之撓度方程式。依因次分析的原理，該撓度方程式可簡化為：

$$
w_c=\frac{1.5pa}{E_2}F_w\left(\frac{a}{h}\ ,\ \frac{E_2}{E_1}\right)=\frac{1.5pa}{E_2}F_w \qquad \text{(E. 2)}
$$

其中，w_c =荷重中心點下方的垂直撓度，[L]；p=作用於鋪面表面的垂直均佈壓力，[FL^{-2}]；a=荷重半徑，[L]；F_w=a/h 和 E_2/E_1 的函數。

Scrivner 於 1973 年再針對動力撓度儀作用在鋪面—路基的二層彈性系統上做進一步的研究[3]。為了能由動力撓度儀所測得的表面撓度資料轉換成鋪面及路基的彈性模數，Scrivner 乃將路基以上的全部材料，假設統合成一種材料，而形成簡化的二層系統(如圖一）。由於荷重的面積小，Scrivner 乃以點集中荷重的型式模擬上述之均佈荷重，以簡化數學運算。在距離 O 點水平距離 r 處之表面撓度 w，其與 h、P、E_1、E_2之關係如下式：

$$
\begin{aligned}
&\frac{4\pi E_1}{3P}wr=\int_{x=0}^{\infty}V^*J_0(x)\,dx=F\left(\frac{E_2}{E_1}\ ,\ \frac{r}{h}\right) \\
&x=\frac{mr}{h}\ ,\quad V=\frac{1+4Nme^{-2m}-N^2e^{-4m}}{1-2N(1+2m^2)e^{-2m}+N^2e^{-4m}}
\end{aligned}
\qquad \text{(E. 3)}
$$

因此，若假設距動力撓度儀荷重中心r_1、r_3處之鋪面表面撓度各為w_1、w_3，將之代入上述的表面撓度方程式，並將所得的二方程式相除可得：

$$\frac{w_1 r_1}{w_3 r_3} = F_1\left(\frac{E_2}{E_1} \quad , \quad \frac{r_1}{h}\right) \Big/ F_3\left(\frac{E_2}{E_1} \quad , \quad \frac{r_3}{h}\right) = G\left(\frac{E_2}{E_1} \quad , \quad \frac{r_1}{h} \quad , \quad \frac{r_3}{h}\right) \quad \text{(E. 4)}$$

其中，F_1、F_3、G 為 E_2 / E_1、r_1 / h 和 r_3 / h的函數。若選定一非破壞撓度量測儀器(如動力撓度儀)，且r_1、r_3和面層厚度h為已知，則由方程式(E. 4) 中可知，$w_1 r_1 / w_3 r_3$僅是彈性模數比E_2 / E_1的函數。因此，配合ELASTIC MODULUS II程式之應用，通常在某一精確度的要求下，可利用試誤法的收斂過程得到一個滿足前述方程式的解。再將所得E_2 / E_1的值代回式(E. 3) 中，可解得E_1值，而E_2之值可由$E_2 = E_1 * (E_2/E_1)$式中求得。

三、 回算程式之基本理論與限制

回算法的基本原理是利用鋪面理論（如多層彈性理論與版理論），由量測的面層撓度值回算鋪面各層材料的彈性模數。一般回算程式的基本假設為：當鋪面受到動力載重作用時，經由鋪面理論計算之撓度值與實際量測的撓度值相同時，存在唯一的一組彈性模數組合。因此，在各層厚度、荷重大小、荷重面積和柏松比已知的情況下，可先假設一組彈性模數組合並代入鋪面理論中計算出一組理論撓度值，再比較此一理論撓度值與實際量測撓度值之差異。如果兩者之誤差不在設定之容許範圍內，則須改變另一彈性模數組合，再重複前述之計算步驟。直到有一組彈性模數組合的撓度誤差在限定範圍內，則將此組彈性模數值視為該鋪面之各層結構強度。

由回算的基本原理亦可發現，對於一組實測撓度值會有無限多的彈性模數組合所計算的理論撓度值與實測撓度值的誤差在設定的誤差範圍內。以Scrivner的研究為例，Scrivner針對動力撓度儀的配置，在荷重面積半徑a及感應器位置r_1、r_3固定的狀況下，建立彈性模數回算的資料庫與曲線圖。如圖二之 $w_1 r_1 / w_3 r_3$ 對彈性模數比E_1/E_2的厚度曲線圖，Scrivner並以 $w_1 r_1 / w_3 r_3 = 1$及 h = 11.2 in.為分區，將該圖分成四個部份討論。圖中可知，厚度大於11.2 in.的兩個部份有唯一解；而厚度小於11.2 in.的部份則是有兩組解或無解[3]。因此，在回算的基本理論考量下，從量測之撓度值回算出彈性模數值的解可能不唯一。而此項最基本的理論限制，卻往往被傳統的回算程式所忽略。(1 in. = 2.54 cm)

四、無因次參數之選定及驗證

Scrivner只針對動力撓度儀的配置，在荷重面積半徑a及感應器位置r_1、r_3固定的狀況下，建立彈性模數回算的資料庫與曲線圖（如圖二）。若針對不同的撓度量測儀器，則荷重面積之半徑a及撓度量測位置r_1、r_3等參數均會變動，如道路評審儀之 a = 9 in.，r = 0、12、24、36、48 in.；衝擊荷重撓度儀之 a = 5.9 in.，r = 0、8、12、18、24、36、60 in.。因此，必須考慮加入a、r_1、r_3等參數於函數關係式中，以建立新的彈性模數回算曲線圖。因此，根據Burmister及Scrivner所提出的理論推導，可推估出如下之函數關係：(1 in. = 2.54 cm)

$$Y = \frac{4\text{®}E_1}{3P} w_1 r_1 = F'\left(\frac{E_2}{E_1} \quad , \quad \frac{r_1}{h} \quad , \quad \frac{h}{a}\right) \tag{E. 5}$$

$$\frac{w_1 r_1}{w_3 r_3} = F\left(\frac{E_2}{E_1} \quad , \quad \frac{r_1}{h} \quad , \quad \frac{r_3}{h} \quad , \quad \frac{h}{a}\right) \tag{E. 6}$$

由一系列的BISAR程式 [4] 運算結果，亦可印證出上式之關係：亦即僅有E_1 / E_2、r_1 / h、r_3 / h及 h / a四個無因次參數與 $w_1 r_1 / w_3 r_3$ 是相關的。簡而言之，當此四個無因次參數固定時，不管E_1、E_2、r_1、r_3、h、a之值如何變化，都不會影響 $w_1 r_1 / w_3 r_3$ 的值。較詳細的驗證結果，請參閱參考文獻 [1]。

五、回算資料庫之建立

設定式(E. 6) 中之無因次參數E_1 / E_2、r_1 / h、r_3 / h及 h / a之數值範圍，可建立一基本回算資料庫。因為 $w_1 r_1 / w_3 r_3$ 只與上述四個參數相關，固定四個參數值， $w_1 r_1 / w_3 r_3$ 即不受影響。所以每一組參數只需取適當之E_1、E_2、r_1、r_3、h、及a之值（須滿足參數之值），代入BISAR程式計算得該組之w_1及w_3，可得$w_1 r_1 / w_3 r_3$ 之值。此外，在有限的資源限制下，分析用之資料庫的規模不能太大，而且也必須兼顧廣泛的代表性。因此，本研究僅考慮鋪面和路基的彈性模數之可能大小，以決定E_1 / E_2的範圍。並考慮一般常用之非破壞性撓度量測儀器之荷重面積與感應器位置及第一層厚度，以建立r_1 / h、r_3 / h及 h / a之數值範圍。

在考慮一般E_1、E_2、h、a、r_1及r_3之可能大小範圍下，假設P = 2,400 lbs 、E_2= 1,000 psi 、h = 10 in.，選擇無因次參數E_1 / E_2、r_1 / h、r_3 / h及 h / a之數值範圍如下：（其中，並選定$r_1 > r_3$以減少不必要的重複運算，故總共可得1680組資料。1 lbs=0.454 kg, 1 psi=0.07 kg/ cm^2, 1 in.=2.54 cm）

E_1 / E_2 = 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000, 2000, 5000

r_1 / h = 0.8 , 1.2 , 1.8 , 2.4 , 3.6 , 4.8 , 6.0

r_3 / h = 1.2 , 1.8 , 2.4 , 3.6 , 4.8 , 6.0, 7.2

h / a = 0.8 , 1.3 , 2.5 , 3.5 , 5.0

各無因次參數之值選定後，即以FORTRAN語言寫成資料整理及擷取的程式。自行撰寫之程式共分兩部份：第一部份是建立參數資料庫及BISAR程式之輸入檔；第二部份則是由BISAR程式之輸出檔擷取程式算出之撓度值，再與參數資料庫合併建立成資料庫。本研究利用程式來擷取所需資料及建立資料庫，除可避免人為誤差外，也方便資料庫之修改與建立。

六、投影追逐迴歸分析法之介紹

Friedman和Stuetzle在1981年所發展的投影追逐迴歸法(Projection Pursuit Regression，PPR) [5, 6] 是利用小區域平均的技術，將回應表面(y's)模擬成一系列各項預估變數(x's)的非參數性變數的投影函數之和。假設存在如下之真實模式：

$$y = \bar{y} + \sum_{m=1}^{M_0} {}_{m}¤_{m}\left(a_m^T x\right) + £ \qquad \text{(E. 7)}$$

其中，$x = (x_1、x_2、\cdots\cdots、x_p)^T$ 代表預估變數的向量。而$\bar{y}$是回應變數的期望值或平均值，$_m$ 是迴歸常數，###是隨機誤差。在概念上，投影追逐迴歸法是將預估變數x投影到方向向量a_1、a_2、⋯、a_m上，以得到其投影長度$a_m^T x$，其中$m = 1、\cdots\cdots、M_0$。並利用最佳化之技巧，以找到可以模擬多維回應表面的最佳非線性轉換函數 ###$_1$、###$_2$、⋯、###$_n$之組合。而$¤_m\left(a_m^T x\right)$ 係代表估計投影長度的未知非參數性的轉換函數。換言之，回應表面將被分成一系列平均投影項加在一起的總和。其中，第一投影項###$_1$可代表參數空間上的主要趨勢，而其與回應表面值之差（或殘餘值）則成為其他投影項的來源。

經由投影追逐迴歸分析法的輔助，可將多維空間上之回應表面轉換為可以二維曲線圖形表示的平均投影曲線的和。此後，再利用傳統的線性迴歸方式，以求得符合投影曲線的方程式組。本研究採用如上所述之二階段迴歸分析方式[7]，以協助找尋較符合多維回應表面的正確的函數型式。

七、 非線性預估方程式組之建立

由前述二層彈性理論與因次分析的結果中可知，若欲藉由式(E. 6)推導出如公式(E. 8) 中E_1 / E_2與無因次參數$w_1 r_1 / w_3 r_3$、r_1 / h、r_3 / h及h / a間之回算關係式，其解可能亦不唯一（亦即某些部份可能有唯一解、兩組解、或無解）。

$$\frac{E_2}{E_1} = G\left(\frac{w_1 r_1}{w_3 r_3} \ , \ \frac{r_1}{h} \ , \ \frac{r_3}{h} \ , \ \frac{h}{a} \right) \qquad \text{(E. 8)}$$

因此，本文擬以$E_1 / E_2 = 1$和$w_1 r_1 / w_3 r_3 = 1$為分區，並僅就『$E_1 / E_2 > 1$和$w_1 r_1 / w_3 r_3 \leqq 1$』的部份，提出較深入的研究（注意，此與Scrivner以往的分區圖不同）。本分區內曲線之一對一的關係，亦可由Scrivner的分區圖（如圖二）中很明顯地確立出來。並進而針對此部份的資料，利用S-PLUS統計軟體 [6] 及前述之二階段迴歸分析方式，將此函數模擬成為一非線性的預估方程式組。

由於變數E_1 / E_2的範圍甚大，故在統計迴歸的分析過程中必須取此變數的對數函數做為回應變數，以減少迴歸分析上的困難。經由數十次詳細的投影追逐迴歸分析結果，最後選定如下之最佳預估方程式組以模擬此五度空間的函數分區：

$$\log_{10}\left(\frac{E_1}{E_2}\right) = 2.283 + 0.948\,\Phi_1 + 0.514\,\Phi_2 + 0.253\,\Phi_3$$

$$\Phi_1 = \begin{cases} 0.864 + 16.373\,(A1) + 56.154\,(A1)^2 + 101.2\,(A1)^3 + 65.23\,(A1)^4 & \text{if} \quad A1 \le -0.05 \\ 1.637 + 72.73\,(A1) + 2056.2\,(A1)^2 + 35709.4\,(A1)^3 + 242630.6\,(A1)^4 & \text{if} \quad -0.05 < A1 \end{cases}$$

$$\Phi_2 = \begin{cases} -2.006 + 1.388(A2) - 0.146(A2)^2 + 0.083(A2)^3 - 0.024(A2)^4 & \text{if} \quad A2 \le 3.0 \\ 10.388 - 9.964\,(A2) + 3.759\,(A2)^2 - 0.590(A2)^3 + 0.034(A2)^4 & \text{if} \quad 3.0 < A2 \end{cases}$$

$$\Phi_3 = \begin{cases} 20.760 + 46.171(A3) + 40.127(A3)^2 + 15.617(A3)^3 + 2.224(A3)^4 & \text{if} \quad A3 \le -1.5 \\ 0.488 - 1.031(A3) - 0.563(A3)^2 + 0.206(A3)^3 + 0.053(A3)^4 & \text{if} \quad -1.5 < A3 \le 0 \\ 0.462 - 0.841(A3) - 5.209(A3)^2 + 4.505(A3)^3 - 1.552(A3)^4 & \text{if} \quad 0 < A3 \end{cases}$$

$$A1 = -0.699x1 + 0.00046x2 - 0.00059x3 + 0.00151x4 + 0.715x5 - 0.00013x6 - 0.00003x7$$

$$A2 = -0.419x1 - 0.0864x2 + 0.813x3 + 0.167x4 - 0.355x5 - 0.0420x6 + 0.0298x7$$

$$A3 = 0.681x1 - 0.0998x2 + 0.383x3 - 0.307x4 + 0.534x5 + 0.0153x6 - 0.00084x7$$

$$X = [x1,\ x2,\ \ldots,\ x7] = \left[\frac{w_1 r_1}{w_3 r_3} ,\ \frac{h}{a} ,\ \frac{r_1}{h} ,\ \frac{r_3}{h} ,\ \frac{r_1}{h} * \frac{h}{r_3} ,\ \frac{r_1}{h} * \frac{h}{a} ,\ \frac{r_3}{h} * \frac{h}{a} \right] \qquad \text{(E. 9)}$$

Statistics: N=1247，R^2=0.995，SEE=0.0645，CV=2.8%

Limits : $1 \leqq E_1 / E_2 \leqq 5000$，$0.8 \leqq r_1 / h \leqq 6$，$1.2 \leqq r_3 / h \leqq 7.2$，

$0.8 \leqq h / a \leqq 5.0$，$w_1 r_1 / w_3 r_3 \leqq 1$，$r_1 > r_3$

其中，N 代表資料數目，R^2值為非線性預估方程式組之判定係數，SEE為標準偏差，而CV為變異係數。原回算資料庫之參數範圍亦是此預估方程式組的限制範圍。須注意的是投影的次數愈多，雖然可使判定係數(R^2)愈趨近於1並提高對

資料的符合度，但同時也會增加方程式組的數目及複雜度。故預估方程式組的建立，必須在此中間取得一平衡點。

同理，為求計算之方便，我們亦可利用前述建立預估模式的方法，將式(E. 5)模擬成如下之近似式，以計算出各層彈性模數值。

$$\log_{10}(Y) = \log_{10}\left(\frac{4 \circledR E_1}{3P} w_1 r_1\right) = 1.677 + 1.035\,\Phi_1 + 0.0788\,\Phi_2$$

$$\Phi_1 = \begin{cases} -1.625 + 0.801\,(A1) + 0.021\,(A1)^2 - 0.017\,(A1)^3 + 0.001(A1)^4 & \text{if} \quad A1 \le 2.5 \\ -2.654 + 2.017\,(A1) - 0.508\,(A1)^2 + 0.083(A1)^3 - 0.005(A1)^4 & \text{if} \quad 2.5 < A1 \end{cases}$$

$$\Phi_2 = \begin{cases} 0.301 + 1.701(A2) - 0.023(A2)^2 - 0.014(A2)^3 - 0.003(A2)^4 & \text{if} \quad A2 \le 0 \\ 0.295 + 1.149(A2) - 0.225(A2)^2 - 0.262(A2)^3 + 0.078(A2)^4 & \text{if} \quad 0 < A2 \le 2.5 \\ 1.845 - 0.316(A2) - 0.079(A2)^2 + 0.012(A2)^3 - 0.001(A2)^4 & \text{if} \quad 2.5 < A2 \end{cases}$$

$$A1 = 0.998x1 + 0.0130x2 - 0.0147x3 + 0.0633x4 - 0.00202x5$$

$$A2 = -0.827x1 - 0.107x2 + 0.472x3 + 0.284x4 + 0.0303x5$$

$$X = [x1,\ x2,\ \ldots,\ x5] = \left[\log_{10}\left(\frac{E_1}{E_2}\right),\ \frac{h}{a},\ \frac{r_1}{h},\ \log_{10}\left(\frac{E_1}{E_2}\right) * \frac{r_1}{h},\ \frac{h}{a} * \frac{r_1}{h}\right] \tag{E. 10}$$

Statistics: N=420，R^2=0.9989，SEE=0.03266，CV=1.95%

Limits : $1 \leqq E_1 / E_2 \leqq 5000$，$0.8 \leqq r_1 / h \leqq 6$，$0.8 \leqq h / a \leqq 5.0$

如此，我們可以利用式(E. 9)的預估方程式組推估出彈性模數比E_1 / E_2的近似值，再將所得之E_1 / E_2值代入式 (E. 10)中，以求得上層彈性模數值E_1，並計算出下層彈性模數值E_2。

八、非線性預估方程式組之驗證

本文所建立之預估方程式組可由面層撓度值與其它相關資料直接計算二層彈性系統之彈性模數比，並進而計算出各層之彈性模數值。本節將運用此方式及BISDEF程式 [8] 回算所求得之彈性模數值與原假設已知之該組彈性模數值比較，以實例驗證其回算之精確度。

假設二層彈性系統的面層厚度 h=10 in.， 荷重 P=3,000 lbs， 荷重盤半徑 a=7.69 in.， 撓度量測位置 r_1=36 in. 和 r_3=60 in.，若設上層及下層之彈性模數值 E_1=1,000,000 psi， E_2=5,000 psi 為已知。由BISAR程式計算得其撓度值為 w_1=0.00386 in.， w_3=0.0028 in.。現若假設上述之撓度值w_1，w_3為已知，而E_1，E_2為欲回算求得之彈性模數值。(1 lbs=0.454 kg, 1 psi=0.07 kg/ cm^2, 1 in.=2.54 cm)

因此， h/a = 1.3，r_1 / h = 3.6，r_3 / h = 6.0， $w_1 r_1 / w_3 r_3$ = 0.827。將上述參數代入前述之預估方程式組中，可得 $A1$ = -0.14267，$A2$ = 3.28976，$A3$ =

0.35660，###$_1$ = -0.59584，###$_2$ = 1.26694，###$_3$ = -0.32111。最後將以上結果代入式(E. 9)中，可得$\log_{10}(E_1/E_2) = 2.28826$，亦即$E_1/E_2 = 194.20$。同理，將此 E_1/E_2 值代入前述之另一預估方程式組中，可得 $A1 = 2.75956$，$A2 = 2.15223$，###$_1$ = 0.49000，###$_2$ = 0.80058。再將以上結果代入式 (E. 10)中，可得 $\log_{10}(Y) = 2.2475$，亦即是Y = 176.8068。因此，可計算出上層彈性模數值 E_1 = 911,259 psi，而下層之彈性模數值E_2 = 4,692 psi，此結果與原假設值差異不大(在±10%範圍內)。

若吾人利用 BISDEF 程式作此實例之驗證(如表一所示)，由前三次執行成果得知：所假設各層彈性模數之起始值與範圍對於回算結果之正確性有相當大的影響，有的無法收斂在程式所設定之容許範圍內，有的甚至無法求解。若利用本節所述之法預先推估各層模數之值(E_1 = 0.91Mpsi, E_2 = 4.69Kpsi)，如第四次 BISDEF 程式之執行，此運算結果不僅可快速收斂而且可使傳統的回算方法更具精確性。

九、結論與建議

本文除了針對回算之理論限制研究改進的方法，並融合資料庫回算法的理念與最新的統計迴歸方法，建立一個能由面層撓度值直接計算出各層彈性模數值的預估方程式組。本文以無因次的參數及函數關係建立之資料庫及預估方程式組，比傳統的分析法更具代表性，所以適用範圍亦較廣。由於資料庫中之變數E_1/E_2的範圍甚大，故在前述的迴歸分析中必須取此變數的對數函數做為回應變數，以減少分析上的困難。因此，各層彈性模數之估算誤差亦可能成對數增長。所建立之非線性方程式組的預估結果經初步驗證有相當之正確性，然為提高預估方程式組的精確度，必要時可在迴歸分析時將資料庫做細部分區 、慎選參數範圍、或增加非線性函數之投影項。但是，迴歸之投影項仍不宜增加過多，以免方程式組過於複雜，不利於計算。

該預估方程式組不僅可免除反覆運算的時間，在面層撓度量測與彈性模數值回算的過程亦有了及時性。如此，不僅可免除反覆運算的時間，亦可在現場試驗中立即計算出各層之彈性模數值，必要時亦可重複該非破壞性撓度試驗，以確保所量測資料與回算之彈性模數值的正確性。此外，若有必要運用傳統回算程式時，該預估方程式組的可能預估誤差範圍亦可做為選定傳統回算程式中設定彈性模數值範圍的基本準則。

在時間與經費的雙重限制下，本文僅提出二層彈性系統的回算問題之初步研究。對於參數範圍之選定、資料庫的規模大小、預估方程式組的精確度、溫度之校估、甚至三層或三層以上之系統等問題，仍須待未來作更深入的研究。

十、致謝

本文為行政院國家科學委員會專題研究計畫(**編號**NSC83-0410-E032-009)**之部份成果，承蒙國科會經費贊助，特此致謝。研究期間蒙美國伊利諾大學**Dr. K. T. Hall **與本所倪至寬博士提供許多寶貴意見與協助，在此並致上萬分之謝忱。**

十一、參考文獻

1. **陳建桓，「由鋪面撓度值回算鋪面彈性模數的理論研究」，淡江大學土木工程研究所運輸工程組碩士論文，淡水，台北，民國八十三年六月** (1994)。
2. Burmister, D. M., "The Theory of Stresses and Displacements in Layered Systems and Applications to the Design of Airport Runways", Proceedings, Highway Research Board, Vol. 23, pp. 126-144 (1943).
3. Scrivner, F. H., C. H. Michalak , and W. M. Moore, "Calculation of the Elastic Moduli of a Two-Layer Pavement System from Measured Surface Deflection", Highway Research Record No. 431, Highway Research Board, Washington, D.C. (1973).
4. Shell Oil Co., "BISAR: Bitumen Structures Analysis in Roads, User's Manual," Koninklijke/Shell - Laboratorium, Shell Research N.V., Amsterdam (1978).
5. Friedman, J. H. and W. Stuetzle, "Projection Pursuit Regression," Journal of the American Statistical Association, Vol. 76, pp. 817-823 (1981).
6. STATISTICAL Sciences, Inc., “S-PLUS for Windows,” User's Manuals and Reference Manuals, Seattle, Washington (1993).
7. Lee, Y. H., and M. I. Darter, “New Predictive Modeling Techniques for Pavements,” Transportation Research Record 1449, Transportation Research Board, Washington, D.C., pp. 234-245 (1994).
8. Bush, A. J., III, "Computer Program BISDEF," U. S. Army Corps of Engineers Waterways Experiment Station (1985).

圖一　點荷重作用在二層彈性系統的表面上 [3]

圖二　Scrivner 針對動力撓度儀所建立之鋪面厚度曲線圖

表一　BISDEF 程式應用之實例驗證

BISDEF Trials	E_1起始值 Mpsi	E_2起始值 Kpsi	E_1範圍 Mpsi	E_2範圍 Kpsi	E_1 Mpsi	E_2 Kpsi	Within Tolerance*
No. 1	0.5	3	0.1~2.5	1-50	1.61	4.71	Y, N
No. 2	1.61 etc.	4.71 etc.	0.1~2.0	1~10	ERR	ERR	-
No. 3	1.1	4.0	0.8~1.5	1~8	0.98	5.28	Y, N
No. 4	0.91	4.69	0.1~1.2	1~12	0.98	5.13	Y, Y

* - Absolute sum of % difference, and change in modulus values within tolerance