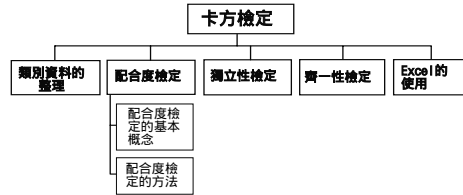


## 18 卡方檢定

## 學習目的

1. 了解卡方分配的意義與性質。
2. 了解當碰到類別資料時，應如何來做統計檢定的工作。
3. 了解配合度檢定的意義與檢定方法。
4. 了解獨立性檢定的意義與檢定方法。
5. 了解齊一性檢定的意義與方法。
6. 利用Excel 來做卡方檢定。

## 本章結構



## 配合度檢定

## ○ 意義

配合度檢定是利用樣本資料檢定母體分配是否為某一特定分配或理論分配的統計方法。

## ○ 多項實驗

- ① 包含 $n$ 次相同的試行。
- ② 每一次試行結果為 $k$ 個可能結果中的一個( $k > 2$ )。
- ③ 每一次試行是獨立的。
- ④ 每一次試行各個可能結果的機率是固定的。即若每一結果的機率為 $p_i (i=1, \dots, k)$ ，則每一次試行結果的機率均相同且 $p_1 + p_2 + \dots + p_k = 1$ 。

## 配合度檢定

## ○ 觀察次數與期望次數

抽樣實驗中得到的次數稱為觀察次數。表為 $O$ ；期望次數是如果虛無假設為真時，預期會發生的次數，表為 $E$ 。各類別的期望次數為：

$$E = np$$

$n$ 為樣本數， $p$ 為虛無假設為真時，各類別的比例或機率。

## 配合度檢定

## ○ 配合度檢定統計量

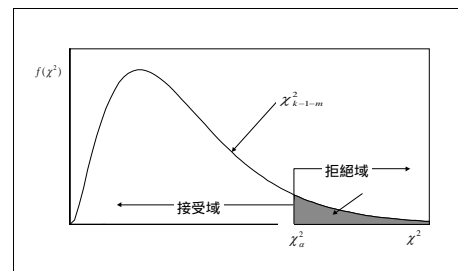
$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \sim \chi_{k-1-m}^2$$

式中： $O_i$ ：第 $i$ 組的樣本觀察次數， $E_i$ ：期望次數(或理論次數)， $k$ ：組數。自由度為 $k-1-m$ ， $m$ 為估計的參數個數。

## ○ 決策法則

- ① 若 $\chi^2 > \chi_{k-1-m, \alpha}^2$ ，則拒絕 $H_0$ 。
- ② 若 $\chi^2 \leq \chi_{k-1-m, \alpha}^2$ ，則接受 $H_0$ 。

圖18.1 卡方檢定的拒絕域與接受域



獨立性檢定

○ 意義

獨立性檢定是統計研究人員想要檢定兩個屬性間是否獨立的統計方法。

○ 獨立性檢定的檢定統計量

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - \hat{E}_{ij})^2}{\hat{E}_{ij}} \sim \chi_{(r-1)(c-1)}^2$$

其中： $r$ ：列聯表中橫列的個數， $c$ ：縱行的個數， $O_{ij}$ ：樣本觀察次數， $\hat{E}_{ij}$ ：估計的理論次數(下面的例子會說明其計算方法)。自由度為 $(r-1)(c-1)$ 。

獨立性檢定

○ 決策法則

- ①若  $\chi^2 > \chi_{(c-1)(r-1), \alpha}^2$ ，則拒絕  $H_0$ 。
- ②若  $\chi^2 \leq \chi_{(c-1)(r-1), \alpha}^2$ ，則接受  $H_0$ 。

○ 估計的期望次數

$$\hat{E}_{ij} = \frac{i\text{列總和} \times j\text{行總和}}{\text{樣本數}}$$

表18.20 性別與車型的觀察次數與理論次數

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	觀察次數					期望次數					
2		中型	小型	迷你	總計		中型	小型	迷你	總計	
3	男	38	25	25	88		男	24	24	32	80
4	女	15	20	35	70		女	21	21	28	70
5	總計	45	45	60	150		總計	45	45	60	150

齊一性檢定

○ 意義

齊一性檢定是檢定兩個或兩個以上母體的某一特性的分配(各類別的比例)是否齊一或相近。

○ 齊一性檢定統計量

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - \hat{E}_{ij})^2}{\hat{E}_{ij}}$$

其中： $r$ ：橫列個數， $c$ ：縱行個數， $O_{ij}$ ：樣本觀察次數， $\hat{E}_{ij}$ ：估計期望論次數，自由度為 $(r-1)(c-1)$ 。

○ 決策法則

- ①若  $\chi^2 > \chi_{(c-1)(r-1), \alpha}^2$ ，則拒絕  $H_0$ 。
- ②若  $\chi^2 \leq \chi_{(c-1)(r-1), \alpha}^2$ ，則接受  $H_0$ 。

表18.24 居民對治安的滿意度的觀察次數與理論次數

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	觀察次數				理論次數				
2	台北市	108	100	208		高雄市	111	89	200
3	滿意	158	150	308		滿意	167	133	300
4	不滿意	308	300	608		不滿意	278	222	500
5	很不滿意	208	150	358		很不滿意	194	156	350
6	合計次數	758	600	1358		合計次數	758	600	1358