

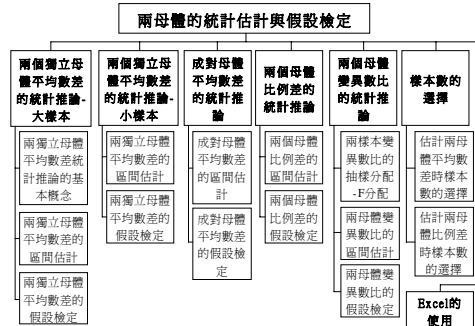
13 兩母體的統計估計與假設檢定

學習目的

1. 了解獨立大樣本及小樣本下兩母體平均數差的區間估計與假設檢定的方法、步驟及其應用。
2. 了解成對樣本成對差的區間估計與假設檢定的方法與步驟。
3. 了解兩母體比例差的區間估計與假設檢定的方法與步驟。
4. 熟悉兩樣本變異數比的抽樣分配-F分配。
5. 學習兩母體變異數比的假設檢定的方法、步驟及其應用。
6. 熟悉估計兩母體平均數差、比例差時樣本數的選擇。
7. 利用Excel來作兩母體差異的統計估計與假設檢定。

林昆坤 陳正倉著 雙葉書房發行 2009

本章結構



林昆坤 陳正倉著 雙葉書房發行 2009

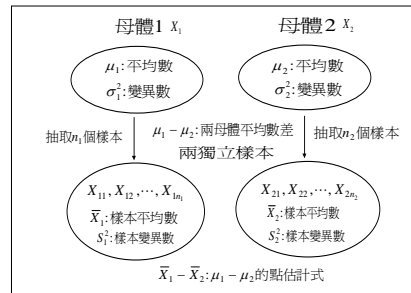
兩個母體平均數差的統計推論—獨立母體與不獨立母體

- 獨立母體與不獨立母體
設 X 與 Y 分別代表兩個母體的特質，若 X 與 Y 為統計獨立，則 X 與 Y 兩母體獨立，否則為不獨立。
- 獨立樣本
分別自兩個獨立母體，隨機獨立抽樣所得的兩個樣本稱為獨立樣本。

林昆坤 陳正倉著 雙葉書房發行 2009

兩個獨立母體平均數差的區間估計—大樣本

圖13.1 兩母體平均數差的點估計式



林昆坤 陳正倉著 雙葉書房發行 2009

兩個獨立母體平均數差的區間估計—大樣本

- $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ 的抽樣分配
從兩個母體抽取兩個大且獨立的樣本， $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ 的抽樣分配為(近似)常態分配，其平均數為： $\mu_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \mu_1 - \mu_2$
變異數為： $V(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}^2 = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}$
- $\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}^2$ 的估計式
 $\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}^2$ 的點估計式為：
$$S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}^2 = \frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}$$

式中： S_1^2 、 S_2^2 分別為樣本的變異數。
$$S_1^2 = \frac{\sum (X_1 - \bar{X}_1)^2}{n_1 - 1}, S_2^2 = \frac{\sum (X_2 - \bar{X}_2)^2}{n_2 - 1}$$

林昆坤 陳正倉著 雙葉書房發行 2009

兩個獨立母體平均數差的區間估計—大樣本

- 獨立大樣本母體平均數差 $\mu_1 - \mu_2$ 的信賴區間
① 兩母體變異數已知
 $(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}$
式中： $\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{(\sigma_1^2/n_1) + (\sigma_2^2/n_2)}$
② 兩母體變異數未知
 $(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm Z_{\alpha/2} S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}$
式中： $S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{(S_1^2/n_1) + (S_2^2/n_2)}$

林昆坤 陳正倉著 雙葉書房發行 2009

兩個獨立母體平均數差的區間估計—大樣本

表13.1 達美樂新竹地區分店每日營業額統計 單位：元

季節	雨季 (3月至5月)	乾季 (10月至12月)
樣本數	92	92
平均數	1,815,233	1,789,992
標準差	85,313	106,125

林島坤 陳正倉著 雙葉書房發行 2009

兩個獨立母體平均數差的區間估計—大樣本

○ 兩樣本的混合變異數

$$S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (X_{1i} - \bar{X}_1)^2 + \sum_{i=1}^{n_2} (X_{2i} - \bar{X}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

式中： $S_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (X_{1i} - \bar{X}_1)^2}{n_1 - 1}$ ， $S_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} (X_{2i} - \bar{X}_2)^2}{n_2 - 1}$ 。

○ 獨立大樣本母體平均數差 $\mu_1 - \mu_2$ 的信賴區間

③ 兩母體變異數未知但已知相等

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm Z_{\alpha/2} S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}$$

式中： $S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$ ， $S_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$

林島坤 陳正倉著 雙葉書房發行 2009

兩個獨立母體平均數差的區間估計—大樣本

表13.2 美樂新竹區分店外送機車里程統計 單位：公里

季節	雨季 (3月至5月)	乾季 (10月至12月)
樣本數 (輛)	38	34
平均里程	852	445
標準差	231	162

林島坤 陳正倉著 雙葉書房發行 2009

兩個獨立母體平均數差的假設檢定—大樣本

○ 獨立大樣本母體平均數差 $\mu_1 - \mu_2$ 的檢定統計量

① 兩母體變異數已知

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}$$

式中： $\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{(\sigma_1^2/n_1) + (\sigma_2^2/n_2)}$

② 兩母體變異數未知

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}$$

式中： $S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{(S_1^2/n_1) + (S_2^2/n_2)}$

③ 兩母體變異數未知但已知相等

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}$$

式中： $S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = S_p \sqrt{(1/n_1) + (1/n_2)}$

式中的 $\mu_1 - \mu_2$ 為虛無假設的猜測值， S_p 為混合標準差。

林島坤 陳正倉著 雙葉書房發行 2009

兩個獨立母體平均數差的假設檢定—大樣本

圖13.2 兩母體平均數差檢定的對話方塊



林島坤 陳正倉著 雙葉書房發行 2009

兩個獨立母體平均數差的假設檢定—大樣本

表13.3 大樣本兩母體平均數差的檢定

	A	B	C
1	z 檢定：兩個母體平均數差異檢定		
2			
3		台灣銀行	第一銀行
4	平均數	9.06140537	10.51153562
5	已知的變異數	6.25	12.25
6	觀察值個數	64	81
7	假設的均數差	0	
8	z	-2.906715818	
9	P(Z<=z) 單尾	0.001826224	
10	臨界值：單尾	2.326347874	
11	P(Z<=z) 雙尾	0.003652448	
12	臨界值：雙尾	2.575829304	

林島坤 陳正倉著 雙葉書房發行 2009

兩個獨立母體平均數差的假設檢定—大樣本

表13.4 台大畢業生找到第一份工作所花的時間

組別	大學生人數	碩士生人數
畢業前已有或已找到工作	8	33
一到二週內	146	223
三到四週內	33	89
五到六週內	15	32
七到八週內	12	34
二到三個月	26	26
三到四個月	4	7
四個月以上	6	12

林島坤 陳正倉著 雙葉書廊發行 2009

兩個獨立母體平均數差的統計推論—小樣本

○ t 分配在做母體平均數差 $\mu_1 - \mu_2$ 統計推論的假設條件

在下列假設條件為真的情況下， t 分配可用來做母體平均數差 $\mu_1 - \mu_2$ 的統計推論：

- ①兩母體為常態分配
- ②兩樣本為獨立小樣本 ($n_1 < 30, n_2 < 30$)
- ③兩個母體變異數 σ_1^2, σ_2^2 未知

林島坤 陳正倉著 雙葉書廊發行 2009

兩個獨立母體平均數差的區間估計—小樣本

○ 獨立小樣本常態母體平均數差的信賴區間

①兩母體為常態且兩個變異數均已知

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}$$

$$\text{式中：} \sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{(\sigma_1^2/n_1) + (\sigma_2^2/n_2)}$$

②兩母體變異數未知

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t_{\phi, \alpha/2} S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}$$

$$\text{式中：} S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{(S_1^2/n_1) + (S_2^2/n_2)}, \phi \text{ 的自由度為 } \phi。$$

③兩母體變異數未知但已知相等

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t_{\nu, \alpha/2} S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}$$

$$\text{式中：} S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = S_p \sqrt{(1/n_1) + (1/n_2)}, S_p \text{ 為混合樣本標準差，自由度 } \nu = n_1 + n_2 - 2。$$

林島坤 陳正倉著 雙葉書廊發行 2009

兩個獨立母體平均數差的區間估計—小樣本

表13.5 男、女性病患門診醫療費用的調查結果

	樣本數	樣本平均數	樣本標準差
男性病患	14	830	283
女性病患	15	748	275

林島坤 陳正倉著 雙葉書廊發行 2009

兩個獨立母體平均數差的假設檢定—小樣本

○ 獨立小樣本常態母體平均數差 $\mu_1 - \mu_2$ 的檢定統計量

①兩母體變異數已知

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}$$

$$\text{式中：} \sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

②兩母體變異數未知

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}$$

$$\text{式中：} S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \text{ (自由度為 } \phi \text{)}$$

林島坤 陳正倉著 雙葉書廊發行 2009

兩個獨立母體平均數差的假設檢定—小樣本

○ 獨立小樣本常態母體平均數差 $\mu_1 - \mu_2$ 的檢定統計量

③兩母體變異數未知但已知相等

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}$$

$$\text{式中：} S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \text{ (自由度為 } \nu = n_1 + n_2 - 2 \text{)}$$

林島坤 陳正倉著 雙葉書廊發行 2009

兩個獨立母體平均數差的假設檢定—小樣本

表13.6 兩個訓練課程的差異

訓練課程	受訓成績	平均數	標準差	樣本數
甲	86 80 82 74 82 77 77 83 75 78 72 81 72 73 74	77.73	4.42	15
乙	89 84 85 95 82 87 94 83 83 86 83 87	86.50	4.27	12

林島玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2009

兩個獨立母體平均數差的假設檢定—小樣本

表13.7 兩母體平均數差異的檢定 (變異數不相等)

	A	B	C	D
1	t 檢定：兩個母體平均數差的檢定，假設變異數不相等			
2				
3		甲課程	乙課程	
4	平均數	77.73333333		86.5
5	變異數	19.4952381	18.27272727	
6	觀察值個數	15	12	
7	假設的均數差	0		
8	自由度	24		
9	t 統計	-5.218244897		
10	P(T<t) 單尾	1.19684E-05		
11	臨界值：單尾	1.710882067		
12	P(T<t) 雙尾	2.39368E-05		
13	臨界值：雙尾	2.063898547		

林島玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2009

兩個獨立母體平均數差的假設檢定—小樣本

表13.8 兩母體平均數差異的檢定 (變異數相等)

	A	B	C
1	t 檢定：兩個母體平均數差的檢定，假設變異數相等		
2			
3		生薑糖1	生薑糖2
4	平均數	6.24	5.996
5	變異數	0.9908333333	0.9904
6	觀察值個數	25	25
7	Pooled 變異數	0.990616667	
8	假設的均數差	0	
9	自由度	48	
10	t 統計	0.866746342	
11	P(T<t) 單尾	0.195196603	
12	臨界值：單尾	1.677224197	
13	P(T<t) 雙尾	0.390393207	
14	臨界值：雙尾	2.010634722	

林島玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2009

成對母體平均數差的統計推論

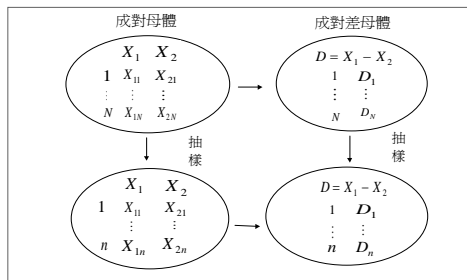
○ 成對樣本

自母體中抽取元素，對同一元素蒐集實驗前後兩個觀察值所構成的樣本稱為成對樣本 (paired samples)。

林島玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2009

成對母體平均數差的統計推論

圖12.3 成對母體與成對樣本



林島玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2009

成對母體平均數差的統計推論

○ \bar{D} 的平均數與變異數

$$\mu_{\bar{D}} = \mu_D, \sigma_{\bar{D}}^2 = \frac{\sigma_D^2}{n}$$

林島玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2009

成對母體平均數差的區間估計

○ 成對母體平均數差 μ_D 的信賴區間

①大樣本變異數 σ_D^2 已知

$$\bar{D} \pm Z_{\alpha/2} \sigma_D$$

式中： $\sigma_D = \frac{\sigma_D}{\sqrt{n}}$

②大樣本變異數 σ_D^2 未知

$$\bar{D} \pm Z_{\alpha/2} S_D$$

式中： $S_D = \frac{S_D}{\sqrt{n}}$, $S_D = \sqrt{\frac{\sum D^2 - (\sum D)^2 / n}{n-1}}$

③小樣本母體分配為常態分配, σ_D^2 已知

$$\bar{D} \pm Z_{\alpha/2} \sigma_D$$

④小樣本母體分配為常態分配, σ_D^2 未知

$$\bar{D} \pm t_{n-1, \alpha/2} S_D$$

成對母體平均數差的統計推論

表13.9 百公尺賽跑成績的變化 單位：秒

	A	B	C	D	E
1	學生代號	訓練前成績 X_1	訓練後成績 X_2	成績差 $D = X_1 - X_2$	D^2
2	1	18	14	4	
3	2	17	13	4	
4	3	16	14	2	
5	4	15	12	3	
6	5	15	13	2	
7				$\sum D = 15$	$\sum D^2 = 49$

成對母體平均數差的假設檢定

○ 成對母體平均數差 μ_D 的檢定統計量

①大樣本母體變異數已知： $Z = \frac{\bar{D} - \mu_D}{\frac{\sigma_D}{\sqrt{n}}}$

②大樣本母體變異數未知： $Z = \frac{\bar{D} - \mu_D}{\frac{S_D}{\sqrt{n}}}$

③小樣本母體常態變異數已知： $Z = \frac{\bar{D} - \mu_D}{\frac{\sigma_D}{\sqrt{n}}}$

④小樣本母體常態變異數未知： $t = \frac{\bar{D} - \mu_D}{\frac{S_D}{\sqrt{n}}}$

成對母體平均數差的假設檢定

表13.10 成對母體平均數差的檢定

	A	B	C
1	t 檢定：成對母體平均數差異檢定		
2			
3		訓練前成績	訓練後成績
4	平均數	16.2	13.2
5	變異數	1.7	0.7
6	觀察值個數	5	5
7	皮耳森相關係數	0.641688948	
8	假設的均數差	0	
9	自由度	4	
10	t 統計	6.708203932	
11	P(T<=t) 單尾	0.00128513	
12	臨界值：單尾	2.131846782	
13	P(T<=t) 雙尾	0.002570261	
14	臨界值：雙尾	2.776445105	

兩個母體比例差的統計推論

○ 獨立大樣本母體比例 $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ 的抽樣分配

平均數 $E(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = \mu_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = p_1 - p_2$

變異數 $V(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = \sigma_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}^2 = \frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}$

式中： $q_1 = 1 - p_1$, $q_2 = 1 - p_2$

兩個母體比例差的區間估計

○ 大樣本母體比例差的信賴區間

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm Z_{\alpha/2} S_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}$$

式中： $S_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}}$

○ 母體比例差的信賴區間

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm Z_{\alpha/2} S_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}$$

式中： $S_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \sqrt{\frac{1}{n_1} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{n_2} \times \frac{1}{2}}$

兩個母體比例差的假設檢定

○ 母體比例差的檢定統計量

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{S_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}}$$

$$\text{式中： } S_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}}$$

兩個母體比例差的假設檢定

表13.11 兩個打字員打錯字的比較

打字員	錯字數目	抽樣數
張小姐	12	500
李小姐	16	500

兩個母體變異數比的統計推論

○ $\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}$ 的分配

$$\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} = \frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2} \sim F_{n_1-1, n_2-1}$$

兩個母體變異數比的統計推論

○ F 分配的性質

① F 分配為一右偏分配。 F 分配決定於兩個自由度 v_1, v_2 ，不同的 v_1, v_2 有不同的 F 分配。

② F 分配的平均數與變異數

$$E(F) = \frac{v_2}{v_2 - 2} \quad (v_2 > 2), \quad V(F) = \frac{2v_2^2(v_1 + v_2 - 2)}{v_1(v_2 - 2)^2(v_2 - 4)} \quad (v_2 > 4)$$

③ F 分配的定理

$$\frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2} \sim F_{v_1, v_2}$$

④ $t_v^2 = F_{1, v}$

意即自由度 v 的隨機變數的平方恰為自由度 1 與 v 的 F 隨機變數。

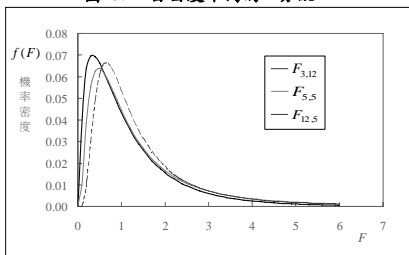
⑤ F 分配的倒數性質

F 的倒數仍為一 F 分配，其自由度為 v_2, v_1 ，即

$$\frac{1}{F_{v_1, v_2}} \sim F_{v_2, v_1}$$

兩個母體變異數比的統計推論

圖13.4 自由度不同的 F 分配



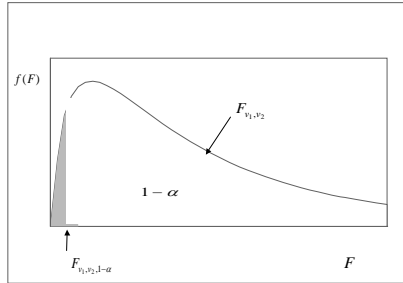
兩個母體變異數比的統計推論

表13.13 F 分配表 ($\alpha=0.05$)

v_2/v_1	1	2	3	4	5	...	9	10	...	120	∞
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	...	240.5	241.9	...	253.3	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	...	19.38	19.40	...	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	...	8.81	8.79	...	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	...	6.00	5.96	...	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	...	4.77	4.74	...	4.40	4.36
...
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	...	3.02	2.98	...	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	...	2.90	2.85	...	2.45	2.40
...
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	...	1.88	1.83	...	1.22	1

兩個母體變異數比的統計推論

圖13.5 F分配



林島玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2009

兩個母體變異數比的統計推論

圖13.6 F分配對話方塊



林島玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2009

兩個母體變異數比的統計推論

圖13.7 F值



林島玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2009

兩個母體變異數比的統計推論

- 兩個母體變異數比的區間估計
- F分配

$$\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} = \frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2} \sim F_{v_1, v_2}$$

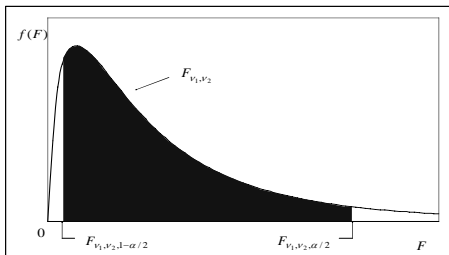
- 母體變異數比的信賴區間

$$\frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot \frac{1}{F_{n_1-1, n_2-1, \alpha/2}} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot \frac{1}{F_{n_1-1, n_2-1, 1-\alpha/2}}$$

林島玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2009

兩個母體變異數比的統計推論

圖13.8 (1-alpha)F的機率區間



林島玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2009

兩個母體變異數比的統計推論

- 兩個母體變異數比的假設檢定
- F檢定統計量

$$F = \frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}$$

- F檢定的決策法則

- ① 單尾檢定：若 F 值 $> F_\alpha$ ，則拒絕虛無假設 H_0 。
- ② 雙尾檢定：若 F 值 $> F_{\alpha/2}$ ，則拒絕虛無假設 H_0 。

$F_\alpha, F_{\alpha/2}$ 為臨界值。

林島玲 陳正倉著 雙葉書廊發行 2009

兩個母體變異數比的統計推論

13.14 友訊、智邦之月股價分析(2005/1~2008/8)

公司	平均數	標準差	樣本數
友訊	51.7023	19.0039	44
智邦	16.1568	3.3122	44

林島坤 陳玉全著 雙葉書廊發行 2009

兩個母體變異數比的統計推論

表13.15 兩個常態母體變異數的檢定

	A	B	C
1	F 檢定：兩個常態母體變異數的檢定		
2			
3		友訊	智邦
4	平均數	51.70227	16.15682
5	變異數	361.1482	10.97067
6	觀察值個數	44	44
7	自由度	43	43
8	F	23.91932	
9	P(F<=f) 單尾	3.69E-22	
10	臨界值：單尾	1.660744	

林島坤 陳玉全著 雙葉書廊發行 2009

樣本數的選擇

- 估計兩母體平均數差時的樣本數

$$n \geq \frac{Z_{\alpha/2}^2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{d^2}$$

- 估計兩母體比例差時的樣本數

$$n \geq \frac{Z_{\alpha/2}^2(\hat{p}_1\hat{q}_1 + \hat{p}_2\hat{q}_2)}{d^2} \text{ 或 } n \geq \frac{Z_{\alpha/2}^2(2)(0.25)}{d^2}$$

林島坤 陳玉全著 雙葉書廊發行 2009