

可轉換公司債

可轉換債是由公司所發行，持有者的權利可以在未來確定時點以債券交換成公司的股票，轉換比率(conversion ratio)是一張債券可以獲得的股票數量，一旦債券可以被贖回的時候持有者有權利轉換債券，因此贖回的特性通常是迫使有人要比可能會轉換的時間更早來做轉換。

當發行公司股價低迷時，可轉債持有人可以選擇保有債券價值，領取債息和利息補償金為投資收入；當發行公司股價(相對於轉換價格)上揚時，可轉債持有人便有權利將可轉換公司債轉換成股票。

題目：Consider an 18-month zero-coupon bond with a face value of \$100 that can be converted into five shares of the company's stock at any time during its life. Suppose that the current share price is \$20, no dividends are paid on the stock, the risk-free rate for all maturities is 6% per annum with continuous compounding, and the share price volatility is 25% per annum. Assume that the default intensity is 3% per year and recovery rate is 35%. The bond is callable at \$110. Use a three-time-step tree to calculate the value of the bond. What is the value of the conversion option(net of issuer's call option)?

零息債券面額=\$100； $S_0 = \$20$ （無股利發放）

期限=18月； $\Delta t = \frac{18}{3} = 6\text{月} = 0.5\text{年}$

可轉換成5張公司股票(期限內)

$r_f = 6\%$ (c.c. rate)； $\sigma = \text{股票價格變動率} = 25\%$

違約風險 $\lambda = 3\%$ ；Recovery rate=35%

$$a = e^{r_f \cdot \Delta t} = e^{0.06 \cdot 0.5} = 1.0305$$

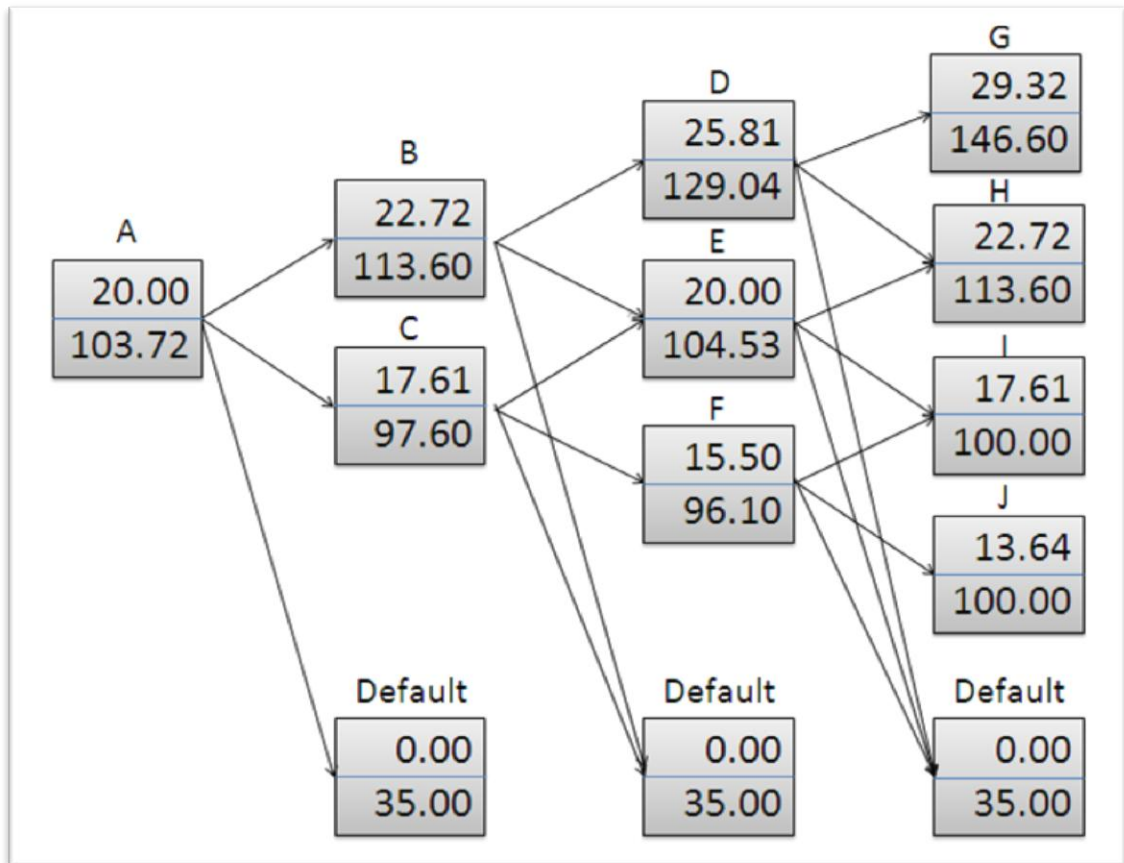
$$u = e^{\sqrt{(\sigma^2 - \lambda)\Delta t}} = e^{\sqrt{(0.25^2 - 0.03) \cdot 0.5}} = 1.136$$

$$d = \frac{1}{1.136} = 0.8803$$

$$P_d = \frac{ue^{-\lambda\Delta t} - a}{u - d} = 0.3464$$

$$P_u = \frac{a - d * e^{-\lambda\Delta t}}{u - d} = \frac{1.0305 - 0.8803e^{-0.03 \cdot 0.5}}{1.136 - 0.8803} = 0.6387$$

$$\text{Default branches} = 1 - e^{-0.03 \cdot 0.5} = 0.0149$$



t=3 時，

$$G \text{ 點：Max [min(100, 110) , 146.60] =146.60}$$

$$H \text{ 點：Max [min(100, 110) , 113.60] =113.60}$$

$$I \text{ 點：Max [min(100, 110) , 88.05] =100.00}$$

$$J \text{ 點：Max [min(100, 110) , 68.20] =100.00}$$

t=2 時，

$$D \text{ 點：Max [min(129.55, 110) , 129.04] =129.04}$$

$$\rightarrow e^{-0.06 \times 0.5} \times (0.6387 \times 146.58 + 0.3464 \times 113.60 + 0.0149 \times 35) = 129.55$$

$$E \text{ 點：Max [min(104.53, 110) , 100.00] =104.53}$$

$$\rightarrow e^{-0.06 \times 0.5} \times (0.6387 \times 113.60 + 0.3464 \times 100.00 + 0.0149 \times 35) = 104.53$$

$$F \text{ 點：Max [min(96.10, 110) , 77.50] =96.10}$$

$$\rightarrow e^{-0.06 \times 0.5} \times (0.6387 \times 100.00 + 0.3464 \times 100.00 + 0.0149 \times 35) = 96.10$$

t=1 時，

$$B \text{ 點：Max [min(115.63, 110) , 113.60] =113.60}$$

$$\rightarrow e^{-0.06 \times 0.5} \times (0.6387 \times 129.04 + 0.3464 \times 104.53 + 0.0149 \times 35) = 115.63$$

$$C \text{ 點：Max [min(97.60, 110) , 88.05] =97.60}$$

$$\rightarrow e^{-0.06 \times 0.5} \times (0.6387 \times 104.53 + 0.3464 \times 96.10 + 0.0149 \times 35) = 97.60$$

在時點 1 時，可藉由 B 點及 C 點回推出 A 點價值如下：

t=0 時，

$$A \text{ 點：Max [min(103.72, 110) , 100.00] =103.72}$$

$$\rightarrow e^{-0.06*0.5} \times (0.6387 \times 113.60 + 0.3464 \times 97.60 + 0.0149 \times 35) = 103.72$$

以上為公司提前贖回的公司債選擇權價格，另外我們計算考慮公司不會提前贖回之 A 點債券價格：

t=2 時，

$$D \text{ 點： } e^{-0.06*0.5} \times (0.6387 \times 146.58 + 0.3464 \times 113.60 + 0.0149 \times 35) = 129.55$$

$$E \text{ 點： } e^{-0.06*0.5} \times (0.6387 \times 113.60 + 0.3464 \times 100.00 + 0.0149 \times 35) = 104.53$$

$$F \text{ 點： } e^{-0.06*0.5} \times (0.6387 \times 100.00 + 0.3464 \times 100.00 + 0.0149 \times 35) = 96.10$$

t=1 時，

$$B \text{ 點： } e^{-0.06*0.5} \times (0.6387 \times 129.55 + 0.3464 \times 104.53 + 0.0149 \times 35) = 115.63$$

$$C \text{ 點： } e^{-0.06*0.5} \times (0.6387 \times 104.53 + 0.3464 \times 96.10 + 0.0149 \times 35) = 97.60$$

t=0 時，

$$A \text{ 點： } e^{-0.06*0.5} \times (0.6387 \times 115.63 + 0.3464 \times 97.60 + 0.0149 \times 35) = 105.18$$

將此不考慮公司會提前贖回之 A 點債券價格 \$105.18 與有考慮公司可提前贖回公司債之 A 點債券價格 \$103.72 兩者相減即得買權之價值：

$$\underline{105.18 - 103.72 = 1.46}$$

程式碼

```
clear all;

clear;clc

S=20;          %現在股價為 20

r=0.06;       %年利率為 6%

vol=0.25;     %波動率為 25%

nsteps=3;
dt=0.5;
defa=0.03;
facevalue=100;
q2=110;

u=exp(((vol^2-defa)*dt)^0.5);
d=1/u;
a=exp(r*dt);
pu=(a-d*exp(-defa*dt))/(u-d);
pd=(u*exp(-defa*dt)-a)/(u-d);
defaprob=1-exp(-defa*dt);

smat=zeros(nsteps+1,nsteps+1);

for k=0:nsteps

    for j=0:k

        smat(k+1,j+1)=S*(u^j)*(d^(k-j));
```

```

    end
end

for j=0:nsteps

    if smat(nsteps+1,j+1)*5>facevalue

        smat(nsteps+1,j+1)=smat(nsteps+1,j+1)*5;

    else

        smat(nsteps+1,j+1)=facevalue;

    end

end

smatb=zeros(nsteps+1,nsteps+1);
smatb=smat;

for k=nsteps-1:-1:0

    for j=0:k

        q1=(pu*smat(k+2,j+2)+pd*smat(k+2,j+1)+defaprob*35)*exp(-r*dt);

        q11=(pu*smatb(k+2,j+2)+pd*smatb(k+2,j+1)+defaprob*35)*exp(-r*dt);
        q3=smat(k+1,j+1)*5;
        q33=smatb(k+1,j+1)*5;
        smatb(k+1,j+1)=max(q11,q33);
        smat(k+1,j+1)=max(min(q1,q2),q3);
    end
end

```

```
end
```

```
end
```

```
value=smatb(1,1)-smat(1,1);
```

```
value
```

程式運作結果得 買權價值=1.4518