§1.5 #48 $a>0, b>0$, 証明 $\dfrac{a}{x^3+2x^2-1}+\dfrac{b}{x^2+x-2}=0$ 有解落在 $(-1,1)$。

$(sol.)$ 令等號左邊爲 $L(x)$、L 的第一個分母爲 f、L 的第二個分母爲 g。

$f(-1)=0$, 所以 $f(x)=(x+1)(x^2+x-1)$ 的另兩根爲

$$c=\tfrac{-1-\sqrt{5}}{2}=\tfrac{-3.***}{2}<-1<d=\tfrac{-1+\sqrt{5}}{2}=\tfrac{1.***}{2}\in(-1,1)$$

$\therefore f$ 在 $(-1,d)$ 爲負、$f(d)=0$、f 在 $(d,1)$ 爲正。

$g(1)=0$、g 在 $(-\infty,1)$ 爲負。

於是: $L(d^+)$ 的第一個分母 爲 0^+、導致 $\frac{a}{f(d^+)}$ 正很大、故 $L(d^+)>0$,
$L(1^-)$ 的第二個分母 爲 0^-、導致 $\frac{b}{g(1^-)}$ 負很大、故 $L(1^-)<0$,

根據 中間值定理/勘根定理, 存在 $c\in(d^+,1^-)\Big($當然是 $\subset(-1,1)\Big)$ 之間使得 $L(c)=0$ 。