

求 $k = 1$ 或 $2, 3, 4, \dots$ 時 冪級數之收斂域及封閉形式 (生成函數)。把所有題目的 x 改成 $-x$, 另外再做一次。

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} n^k x^n$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) \cdots (n+k) x^n$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^k x^n}{n!}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^k x^n}{(2n-1)!}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1) \cdots (n+k)}$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^k}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(2n+1)^k}, \quad \dots$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n-k) \cdots (n-1)n}$$

如果無窮極數收斂, 求出其收斂值。(通常你得先求其對應的冪級數、封閉形式 (生成函數))

$$7. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{3^n}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n!}$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{-n}$$

$$10. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!}$$

$$11. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n)!}$$

$$12. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}$$

$$13. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!}$$

$$14. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n}$$

$$15. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)}$$