

微積分 5月8日演習課前小考解答 (滿分: 13)

一.  $e^z = xyz$ , 以「微變化量」的方式求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ 。

$$\xrightarrow{d} e^z \cdot dz = dx \cdot yz + xz \cdot dy + xy \cdot dz, \text{ 即: } (yz) dx + (xz) dy + (xy - e^z) dz = 0 \quad (+2)$$

在考慮  $\frac{\partial z}{\partial x}$  時  $y$  不動, 上式便成了  $(yz) + (xy - e^z) \frac{\partial z}{\partial x} = 0 \quad (+1), \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{yz}{e^z - xy} \quad (+1)$

在考慮  $\frac{\partial z}{\partial y}$  時  $x$  不動, 上式便成了  $(xz) + (xy - e^z) \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \quad (+1), \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{xz}{e^z - xy} \quad (+1)$

---

二.  $f(x, y) = 1 - xy \cos(\pi y)$ , 以「線性近似」的方式估計  $f(1.02, 0.97)$ , 即便是循環小數也要寫完整。

$$f_x = -y \cos(\pi y) \quad (+1), f_y = -x(1 \cdot \cos(\pi y) - y \cdot \sin(\pi y)\pi) \quad (+2),$$

$$f(1.02, 0.97) \approx f(1, 1) + f_x(1, 1)(1.02 - 1) + f_y(1, 1)(0.97 - 1) \quad (+1) = 2 + (+1)(0.02) + (+1)(-0.03) \quad (+2) = 1.99 \quad (+1)$$

禁止交談、傳遞物品、掀示考卷、放大畫面、四處張望 ..... 作弊者、疑似作弊 警告後再犯者, 學期成績零分。

---

微積分 5月8日演習課後小考解答 (滿分: 13)

一.  $yz + x \ln y = z^2$ , 以「微變化量」的方式求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ 。

$$\xrightarrow{d} dy \cdot z + y \cdot dz + dx \cdot \ln y + x \cdot \frac{1}{y} \cdot dy = 2z \cdot dz, \text{ 即: } (\ln y) dx + (\frac{x}{y} + z) dy + (y - 2z) dz = 0 \quad (+2)$$

在考慮  $\frac{\partial z}{\partial x}$  時  $y$  不動, 上式便成了  $(\ln y) + (y - 2z) \frac{\partial z}{\partial x} = 0 \quad (+1), \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\ln y}{2z - y} \quad (+1)$

在考慮  $\frac{\partial z}{\partial y}$  時  $x$  不動, 上式便成了  $(\frac{x}{y} + z) + (y - 2z) \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \quad (+1), \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\frac{x}{y} + z}{2z - y} \quad (+1)$

---

二.  $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ , 以「線性近似」的方式估計  $f(3.02, 1.97, 5.99)$ , 即便是循環小數也要寫完整。

$$\frac{\partial f}{\partial \boxtimes} = \frac{1}{2} \frac{2 \cdot \boxtimes}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad \boxtimes : x, y, z \quad (+2)$$

$$f(3.02, 1.97, 5.99) \approx f(3, 2, 6) + \frac{\partial f}{\partial x}(3, 2, 6)(3.02 - 3) + \frac{\partial f}{\partial y}(3, 2, 6)(1.97 - 2) + \frac{\partial f}{\partial z}(3, 2, 6)(5.99 - 6) \quad (+1)$$

$$= 7 + \frac{3}{7}0.02 + \frac{2}{7}(-0.03) + \frac{6}{7}(-0.01) \quad (+2) = \frac{49+0.06-0.06-0.06}{7} = \frac{48.94}{7} \quad (+1) = 6.99142857 \quad (+1)$$

禁止交談、傳遞物品、掀示考卷、放大畫面、四處張望 ..... 作弊者、疑似作弊 警告後再犯者, 學期成績零分。

---