

微積分 4月10日演習課前小考解答 (滿分: 10)

一. $L_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{-3}$, 求 L_1 與 L_2 的距離。
 $L_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-2}{-7}$

令 $\vec{u}=(1,-2,-3)$
 $\vec{v}=(1,3,-7)$
 $\vec{w}=(2,3,1)-(3,-4,2)=(-1,7,-1)$

$$\vec{u} \times \vec{v} \cdot \vec{w} = \begin{vmatrix} -1 & 7 & -1 \\ 1 & -2 & -3 \\ 1 & 3 & -7 \end{vmatrix} = 23 \cdot (-1) + 4 \cdot 7 + 5 \cdot (-1) = 0 \quad (1+1+1)$$

$$\therefore \text{dist}(L_1, L_2) = 0 \quad (+1)$$

二. 求 $(4, 1, -2)$ 到 $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 4 - 3t \end{cases}$ 的距離。

令 $\vec{u}=(1,-2,-3)$
 $\vec{v}=(4,1,-2)-(1,3,4)=(3,-2,-6)$, 又令 θ 為 \vec{u} 、 \vec{v} 間的夾角。 (+1)

距離 = $\|\vec{v}\| \sin \theta = \frac{\|\vec{u} \times \vec{v}\|}{\|\vec{u}\|} = \frac{\sqrt{(-6)^2 + (-3)^2 + (4)^2}}{\sqrt{(1)^2 + (-2)^2 + (-3)^2}} \quad (1+1+1) = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \quad (+1)$

禁止交談、傳遞物品、掀示考卷、放大畫面、四處張望 做弊者、疑似做弊 警告後再犯者, 學期成績零分。

微積分 4月10日演習課後小考解答 (滿分: 10)

一. $L_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 6t \\ z = 2t \end{cases}$, $L_2: \begin{cases} x = 1 + 2s \\ y = 5 + 15s \\ z = -2 + 6s \end{cases}$, 求 L_1 與 L_2 的距離。

令 $\vec{u}=(1,6,2)$
 $\vec{v}=(2,15,6)$
 $\vec{w}=(1,1,0)-(1,5,-2)=(0,-4,2)$

$$\vec{u} \times \vec{v} \cdot \vec{w} = \begin{vmatrix} 0 & -4 & 2 \\ 1 & 6 & 2 \\ 2 & 15 & 6 \end{vmatrix} = 6 \cdot 0 + (-2) \cdot (-4) + 3 \cdot 2 = 14 \quad (1+1+1)$$

$$\text{dist}(L_1, L_2) = \frac{|14|}{\sqrt{6^2 + 2^2 + 3^2}} = 2 \quad (+1)$$

二. 求 $P = (0, 1, 3)$ 到 $L: \begin{cases} x = 2t \\ y = 6 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ 的距離。

令 $\vec{u}=(2,-2,1)$
 $\vec{v}=(0,1,3)-(0,6,3)=(0,-5,0)$, 又令 θ 為 \vec{u} 、 \vec{v} 間的夾角。 (+1)

$\text{dist}(P, L) = \|\vec{v}\| \sin \theta = \frac{\|\vec{u} \times \vec{v}\|}{\|\vec{u}\|} = \frac{\sqrt{(5)^2 + (0)^2 + (-10)^2}}{\sqrt{(2)^2 + (-2)^2 + (1)^2}} \quad (1+1+1) = \frac{5\sqrt{5}}{3} \quad (+1)$

禁止交談、傳遞物品、掀示考卷、放大畫面、四處張望 做弊者、疑似做弊 警告後再犯者, 學期成績零分。