微積分 之『超越函數, 不定式』 班級_____ 學號_____ 座號___ 姓名 ***Grading Key*** 分數 **34**

除是非、填空題外, 每道題必須整齊列出有效之計算、推導式子於給定空白處方予計分。不依指示做答 該題 0 分。

1. $\cos(\arcsin x)=\underline{\sqrt{1-x^2}}$, $\tan(\arcsin x)=\underline{\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}}$, $(\arcsin x)'=\underline{\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}$, $(\operatorname{arcsec} x)'=\underline{\frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}}$, $(\arctan x)'=\underline{\frac{1}{1+x^2}}$
   $\sin(\arctan x)=\underline{\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}}$, $\cos(2\arctan x)=\underline{\frac{1-x^2}{1+x^2}}$, $(\sinh^{-1}x)'=\underline{\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}}$, $(\operatorname{sech}^{-1}x)'=\underline{\frac{-1}{x\sqrt{1-x^2}}}$, $(\tanh^{-1}x)'=\underline{\frac{1}{1-x^2}}$

2. $f(x)=x^3+3\sin x+2\cos x$, 若 g 是 f 的反函數, 求 $g'(2)$。 §3.2#36
   令 $y=f(x)\Leftrightarrow x=g(y)$, 則 $x=0\Leftrightarrow y=2$ (+1), $g'(y)\Big|_{y=2}=\frac{1}{f'(x)}\Big|_{x=0}$ (+1) $=\frac{1}{3x^2+3\cos x-2\sin x}\Big|_{x=0}$ (+1) $=\frac{1}{3}$ (+1)

3. 求 $\frac{d}{dx}\arctan(\tanh x)$。 §3.6#43
   原式 $=\frac{1}{1+(\tanh x)^2}\frac{d}{dx}[\tanh x]$ (+1) $=\frac{1}{1+\tanh^2 x}\cdot\operatorname{sech}^2 x$ (+1) $=\frac{\cancel{\cosh^2 x}}{\cosh^2 x+\sinh^2 x}\frac{1}{\cancel{\cosh^2 x}}$ (+1) $=\frac{1}{\frac{e^{2x}+e^{-2x}}{2}}=\operatorname{sech}(2x)$ (+1)

4. 用 $\mathscr{L}$ 求 $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{1-\sin x}{1+\cos 2x}$ $(\frac{0}{0})$
   $\overset{\mathscr{L}}{=}\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{-\cos x}{-\sin 2x\cdot 2}(\frac{0}{0})$ (+1) $\overset{\mathscr{L}}{=}\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{-\cos 2x\cdot 2\cdot 2}$ (+1) $=\frac{1}{4}$ (+1)

   完全不用 $\mathscr{L}=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{1-\sin x}{2\cos^2 x}$ (+1)
   $=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{1-\sin x}{2\cos^2 x}\cdot\frac{1+\sin x}{1+\sin x}$ (+1) $=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\cancel{\cos^2 x}}{2\cancel{\cos^2 x}(1+\sin x)}$ (+1) $=\frac{1}{4}$ (+1)

5. 求 $\lim_{x\to\infty}[x-x^2\ln(\frac{1+x}{x})]=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x}-\ln(\frac{1+x}{x})}{1/x^2}(\frac{0}{0})$ (+2)
   $\overset{\mathscr{L}}{=}\lim_{x\to\infty}\frac{-1/x^2-1/(1+x)+1/x}{-2/x^3}$ (+1) $=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{-1}{x^2(1+x)}}{-2/x^3}$ (+1)
   $=\lim_{x\to\infty}\frac{x}{2(1+x)}=\frac{1}{2}$ (+1)

6. 求 $\lim_{x\to0^+}(1+\sin 4x)^{\cot x}=\lim_{x\to0^+}\exp(\cot x\ln(1+\sin 4x))$ (+1)
   $=\exp(\lim_{x\to0^+}\frac{\ln(1+\sin 4x)}{\tan x})(\frac{0}{0})$ (+1) $\overset{\mathscr{L}}{=}\exp(\lim_{x\to0^+}\frac{\frac{4\cos 4x}{1+\sin 4x}}{\sec^2 x})$ (+1)
   $=\exp(4)=e^4$ (+1)

任何東西 寫於此線以下或背面 (草稿區) 皆不看 不受理 不記分

禁止交談、傳遞物品、掀示考卷、四處張望 ..... 做弊者、疑似做弊 警告後再犯者, 以零分計算。