

除填空題外, 每道題必須整齊列出有效之計算、推導式子於給定空白處方予計分。不依指示作答 該題 0 分。

1.(4) e: 偶函數 o: 奇函數 n: 不偶不奇	<table style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">f, g</td> <td style="padding: 5px;">e, e</td> <td style="padding: 5px;">e, o</td> <td style="padding: 5px;">o, e</td> <td style="padding: 5px;">o, o</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$f + g$</td> <td style="padding: 5px;">e</td> <td style="padding: 5px;">n</td> <td style="padding: 5px;">n</td> <td style="padding: 5px;">o</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$f \cdot g$</td> <td style="padding: 5px;">e</td> <td style="padding: 5px;">o</td> <td style="padding: 5px;">o</td> <td style="padding: 5px;">e</td> </tr> </table>	f, g	e, e	e, o	o, e	o, o	$f + g$	e	n	n	o	$f \cdot g$	e	o	o	e	2.(4) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta + \tan \theta} = \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}} (+1)$ $= \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{\theta}{\sin \theta} + \frac{1}{\cos \theta}} (+2) = \frac{1}{2} (+1)$	§1.1#65,66 §1.4#55
f, g	e, e	e, o	o, e	o, o														
$f + g$	e	n	n	o														
$f \cdot g$	e	o	o	e														

3.(8) $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \sqrt{1-x}$, 求 $f \circ g$ 的定義域 $D_{f \circ g}$ 以及 $g \circ f$ 的定義域 $D_{g \circ f}$ 即可。 §1.2≈#42

(sol.) $D_f = [0, \infty) (+1)$, $R_f = f(D_f) = [0, \infty) (+1)$; $D_g = (-\infty, 1] (+1)$, $R_g = g(D_g) = [0, \infty) (+1)$;
 $f \circ g : R_g \cap D_f = R_g (+1)$, $\therefore D_{f \circ g} = D_g = (-\infty, 1] (+1)$;
 $g \circ f : R_f \cap D_g = [0, 1] (+1)$, $\therefore D_{g \circ f} = [0, 1] (+1)$;

4.(6) $f(x) = x^2 + x - 4$ 。以 ε - δ 定義 證明 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 8$ 。(提示: 若 $|x - 3| < 1$, $|x + 4|$ 的範圍?) §1.3#44

(sol.) $|f(x) - 8| = |x^2 + x - 12| = |x + 4||x - 3| (+1)$, 若 $|x - 3| < \delta \leq 1, \Rightarrow 6 < x + 4 < 8 (+1)$, 則有
 $|f(x) - 8| < 8\delta (+1)$ 。 $\forall \varepsilon > 0$, 令 $\delta = \min(1, \varepsilon/8) (+1)$, 每當 $|x - 3| < \delta (\leq 1)$, $\Rightarrow 6 < x + 4 < 8 (+1)$, 便有
 $|f(x) - 8| < 8\delta \leq \varepsilon (+1)$ 。

5.(6) 「某數比它自己的三次方多一」, 有這樣的數嗎? (不使用 中間值定理/勘根定理 不給分) §1.5# 47

(sol.) 令該數為 x , 上面的敘述是 $x = x^3 + 1 (+1)$ 令 $f(x) = x^3 - x + 1 (+1)$, 顯見 $f(x) > 0 \forall x > -1$, 所以 $(-1, \infty)$ 不必試了 (+1), $f(-1) = 1 (+1)$, $f(-2) = -5 (+1)$, $\therefore \exists x \in (-2, -1)$ 滿足 $f(x) = 0$, 即 $x = x^3 + 1 (+1)$ 。

任何東西 寫於此線以下或背面 (草稿區) 皆不看 不受理 不記分